

7-1

Razones (páginas 288–291)

Un **razón** es una comparación de dos números mediante división.

Razón	<ul style="list-style-type: none"> • Aritmética: 5 a 1 5:1 $\frac{5}{1}$ • Álgebra: a a b $a:b$ $\frac{a}{b}$ • Cuando escribas una razón en forma de fracción, escríbela en forma reducida. • Dos razones que tienen el mismo valor son razones equivalentes. • Puedes también escribir razones en forma de decimales. $\frac{1}{4} = 1 \div 4$ ó 0.25
--------------	---

EJEMPLOS

A Alfredo golpea la pelota con el bate 2 de cada 10 veces que le lanzan la pelota. Escribe esta razón en forma de fracción reducida.

$$\begin{aligned} \frac{\text{hits}}{\text{al bate}} &= \frac{2}{10} \\ &= \frac{2 \div 2}{10 \div 2} \quad \text{El MCD de 2 y 10 es 2.} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

B Dan mide 66 pulgadas de estatura. Joaquín mide 6 pies de estatura. Escribe la razón de la estatura de Dan a la estatura de Joaquín en forma reducida.

$$\begin{aligned} \frac{66 \text{ pulg}}{6 \text{ pies}} &= \frac{66 \text{ pulg}}{72 \text{ pulg}} \quad \text{Escribe ambas medidas en pulgadas. } 6 \text{ pies} = 72 \text{ pulg} \\ &= \frac{66 \div 6}{72 \div 6} \quad \text{El MCD de 66 y 72 es 6.} \\ &= \frac{11}{12} \end{aligned}$$

Intenten esto juntos
Expresen cada razón como fracción en forma reducida.

<p>1. $\frac{12}{15}$ AYUDA: Calculen el MCD y luego reduzcan.</p>	<p>2. 24 a 36 AYUDA: Escriban en forma de fracción. Calculen el MCD y reduzcan.</p>
--	--

PRÁCTICA

Expresa cada razón como una fracción en forma reducida.

- | | | |
|-----------|----------|------------|
| 3. 36:9 | 4. 45:5 | 5. 33 a 3 |
| 6. 8 a 32 | 7. 80:10 | 8. 15 a 45 |

Observa si las razones son equivalentes.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 9. 72:8 y 18:2 | 10. 48:6 y 52:4 |
| 11. $\frac{60}{12}$ y $\frac{75}{5}$ | 12. $\frac{8}{24}$ y $\frac{9}{27}$ |



13. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál de las siguientes fracciones en forma reducida es la razón de 85 tulipanes a 60 petunias ?

- | | | | |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| A $\frac{12}{17}$ | B $\frac{17}{5}$ | C $\frac{15}{17}$ | D $\frac{17}{12}$ |
|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|

Respuestas: 1. $\frac{5}{4}$ 2. $\frac{3}{2}$ 3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{9}$ 5. $\frac{1}{11}$ 6. $\frac{4}{1}$ 7. $\frac{1}{8}$ 8. $\frac{3}{1}$ 9. sí 10. no 11. no 12. sí 13. D

7-2

Tasas (páginas 292–295)

Una **tasa** es una razón de dos medidas con diferentes unidades. Una **tasa unitaria** es una tasa en la cual el denominador es 1 unidad.

EJEMPLOS

A En una carrera de bicicletas, Tariq recorrió 42 km en 2 horas. ¿Cuál es la tasa unitaria?

Escribe la tasa como fracción. Luego calcula la tasa equivalente con un denominador de 1.

$$\begin{aligned} \frac{\text{km}}{\text{hr}} &= \frac{42}{2} \\ &= \frac{42 \div 2}{2 \div 2} \quad \text{El MCD de 42 y 2 es 2.} \\ &= \frac{21}{1} \end{aligned}$$

Tariq corrió a una tasa de 21 km por hora.

B La **densidad de población** es el número de personas por milla cuadrada. ¿Cuál es la densidad de población de un pueblo con una población de 5,250 y un área de 5 millas cuadradas?

$$\begin{aligned} \frac{5,250 \text{ personas}}{5 \text{ millas}^2} &= 5,250 \div 5 \quad \text{Divide.} \\ &= 1,050 \text{ personas por milla cuadrada} \end{aligned}$$

Intenten esto juntos

Expresen cada tasa como una tasa unitaria.

1. \$50 por 10 días

AYUDA: Escriban en forma de fracción. Luego calculen la tasa equivalente con un denominador de 1.

2. 8 revoluciones en 2 minutos

AYUDA: Escriban en forma de fracción. Luego calculen la tasa equivalente con un denominador de 1.

PRÁCTICA

Expresa cada tasa como una tasa unitaria.

3. 300 turistas en 4 días

4. 720 millas en 8 días

5. 512 yardas en 8 minutos

6. \$1.98 por 2 onzas

7. \$22.32 por 18 galones

8. 240 millas en 3 horas

9. 16 libras en 4 días

10. 35 personas en 5 microbuses

11. Ventas Una compañía vendió 3, 000 contenedores de palomitas de maíz el año pasado. En promedio, ¿cuántos contenedores de palomitas vendió la compañía cada mes?

12. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál de las siguientes gasolineras vende gasolina al mejor precio por galón?

A \$18.75 por 15 galones

B \$16.64 por 13 galones

C \$26.00 por 20 galones

D \$19.68 por 16 galones

Respuestas: 1. \$5 por día 2. 4 revoluciones por minuto 3. 75 turistas por día 4. 90 millas por día 5. 64 yardas por minuto 6. \$0.99 por onza 7. \$1.24 por galón 8. 80 millas por hora 9. 4 libras por día 10. 7 personas por autobús 11. 250 contenedores de palomitas de maíz por mes 12. D

7-3

Resuelve proporciones (páginas 297–300)

Puedes mostrar que dos razones son equivalentes mediante una ecuación llamada **proporción**. Cuando dos razones forman una proporción, los **productos cruzados** son iguales. Puedes resolver una proporción al usar los productos cruzados para calcular el término que falta.

EJEMPLOS

A ¿Puedes formar una proporción con las razones $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{10}$?

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ Haz que las razones sean iguales.

$1 \times 10 = 10$ y $2 \times 5 = 10$

Puesto que los productos cruzados son iguales, las razones forman una proporción.

B Resuelve $\frac{u}{64} = \frac{3}{16}$.

$u \times 16 = 64 \times 3$ *Calcula los productos cruzados.*

$16u = 192$

$\frac{16u}{16} = \frac{192}{16}$

Divide cada lado entre 16.

$u = 12$

La solución es 12.

Intenten esto juntos

Resuelvan cada proporción.

1. $\frac{2}{3} = \frac{x}{9}$

AYUDA: $2 \cdot 9 = 3x$.

2. $\frac{3}{y} = \frac{1}{4}$

AYUDA: *Calculen los productos cruzados.*

PRÁCTICA

Resuelve cada proporción.

3. $\frac{10}{16} = \frac{5}{n}$

4. $\frac{j}{2} = \frac{1}{4}$

5. $\frac{8}{6} = \frac{p}{3}$

6. $\frac{15}{18} = \frac{5}{k}$

7. $\frac{z}{40} = \frac{8}{80}$

8. $\frac{6}{12} = \frac{3}{f}$

9. $\frac{7}{3} = \frac{q}{21}$

10. $\frac{r}{6} = \frac{5}{30}$

11. Calcula el valor de x que hace que $\frac{x}{15} = \frac{8}{20}$ sea una proporción.

12. **Encuestas** Una encuesta en la escuela intermedia Lincoln encontró que 6 de cada 10 alumnos prefieren matemáticas a ciencias. Si hay 400 alumnos en la escuela, ¿cuántos esperarías que prefieran matemáticas a ciencias?



13. **Prueba estandarizada de práctica** Una fábrica produce 1,500 latas de jugo en 3 horas. ¿Cuántas latas de jugo se producen en 8 horas?

A 2,000

B 4,000

C 8,000

D 6,000

Respuestas: 1. 6 2. 12 3. 8 4. 0.5 5. 4 6. 6 7. 4 8. 6 9. 49 10. 1 11. 6 12. 240 13. B

7-4

Dibujos de escala (páginas 304–308)

Puedes usar un **dibujo de escala** para representar algo que es muy grande o muy pequeño para dibujarse de tamaño natural. Un mapa es un ejemplo de un dibujo a escala. La **escala** en el mapa es la razón de la distancia en el mapa a la distancia verdadera.

EJEMPLOS

A Tracy y Tyrone planean una excursión. En el mapa, la ruta tiene 7.5 cm de longitud. La escala del mapa indica que 1 cm representa 3 km. ¿Cuál es la longitud real de la ruta?

Sea d la distancia de la excursión a escala. Escribe y resuelve la proporción.

$$\frac{\text{distancia en el mapa}}{\text{distancia real}} \rightarrow \frac{1 \text{ cm}}{3 \text{ km}} = \frac{7.5 \text{ cm}}{d}$$

$$1 \times d = 3 \times 7.5$$

$$d = 22.5$$

La longitud real es de 22.5 km.

B La escala de un fotocalco azul es 1 pulg = 4 pies. Si el ancho real de un porche es de 16 pies, ¿cuál es el ancho en el fotocalco azul?

Sea w el ancho del porche. Escribe y resuelve una proporción.

$$\frac{\text{ancho del fotocalco azul}}{\text{ancho real}} \rightarrow \frac{1 \text{ pulg}}{4 \text{ pies}} = \frac{w}{16 \text{ pies}}$$

$$1 \times 16 = 4 \times w$$

$$16 = 4w$$

$$\frac{16}{4} = \frac{4w}{4}$$

$$4 = w$$

El ancho del fotocalco azul es de 4 pulgadas.

Intenten esto juntos

Calculen la longitud de cada objeto en un dibujo a escala con la escala dada.

1. una casa de 75 pies de largo; 1 pulg:1 pie 2. una caja de 3 metros de altura; 1 cm:1.5 m

PRÁCTICA

Calcula la longitud de cada objeto en un dibujo a escala con la escala dada.

- un escritorio de 4.5 metros de longitud; 2 centímetros:1 metro
- un avión de 54 metros de longitud; 3 centímetros:1 metro
- un automóvil con un ancho de 8 pies; 0.5 pulgadas:1 pie
- una calle de 2 millas de longitud; 5 pulgadas:1 milla
- Calcula la distancia a través de la ciudad de Bloomington si dicha distancia mide 2.45 centímetros en el mapa cuya escala es 1 centímetro:3 kilómetros.
- Arquitectura** La torre Sears en el centro de Chicago tiene 110 pisos. Un dibujo a escala tiene una escala de 1.5 centímetros:1 piso. ¿Cuál es la altura de la torre Sears en el dibujo a escala?

9. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál es la longitud real de un sofá de 4 pulgadas en un dibujo a escala si la escala es 2 pulgadas:5 pies?

- A** 10 pies **B** 20 pies **C** 15 pies **D** 30 pies

Respuestas: 1. 75 pulg. 2. 2 cm 3. 9 cm 4. 162 cm 5. 4 pulg. 6. 10 pulg. 7. 7.35 km 8. 165 cm 9. A

Fracciones, decimales y porcentajes

(páginas 312–315)

Puedes usar una proporción para expresar una fracción como porcentaje. Para escribir un porcentaje como fracción, comienza con la fracción que tiene un denominador de 100.

Luego escribe la fracción en forma reducida. Recuerda que $\frac{n}{100} = n\%$.

EJEMPLOS

A Escribe $\frac{4}{5}$ como porcentaje.

$$\frac{4}{5} = \frac{n}{100} \quad \text{Escribe una proporción.}$$

$$400 = 5n \quad \text{Multiplica para calcular los productos cruzados.}$$

$$\frac{400}{5} = \frac{5n}{5} \quad \text{Divide cada lado entre 5.}$$

$$80 = n$$

$$\frac{4}{5} = 80\%$$

B Escribe 24% como fracción en forma reducida.

Estima: 24% es aproximadamente 25%, que es $\frac{1}{4}$.

$$24\% = \frac{24}{100}$$

$$= \frac{24 \div 4}{100 \div 4} \quad \text{El MCD es 4.}$$

$$= \frac{6}{25}$$

$$24\% = \frac{6}{25} \quad \text{Compara con el estimado.}$$

Intenten esto juntos

Escriban una fracción como porcentaje.

1. $\frac{2}{5}$

2. $\frac{1}{2}$

AYUDA: Resuelvan una proporción en la que la fracción es igual a $\frac{n}{100}$.

PRÁCTICA

Escribe cada fracción como un porcentaje.

3. $\frac{3}{10}$

4. $\frac{3}{4}$

5. $\frac{2}{6}$

6. $\frac{15}{20}$

7. $\frac{4}{16}$

8. $\frac{3}{5}$

Escriban cada porcentaje como fracción en forma reducida.

9. 20%

10. 85%

11. 25%

12. 62.5%

13. 87.5%

14. 30%

15. 15%

16. 37.5%

17. Pasatiempos En un festival de globos aerostáticos, el 60% de los globos eran parcialmente rojos. Escribe el porcentaje de globos parcialmente rojos como fracción en forma reducida.

18. Prueba estandarizada de práctica Una tienda anunció una venta en la cual cada artículo tenía $\frac{1}{8}$ de descuento. ¿Qué porcentaje es esta fracción?

A 2.5%

B 12.5%

C 22.5%

D 37.5%

Respuestas: 1. 40% 2. 50% 3. 30% 4. 75% 5. $33\frac{1}{3}\%$ 6. 75% 7. 25% 8. 60% 9. $\frac{5}{1}$ 10. $\frac{20}{17}$ 11. $\frac{7}{1}$ 12. $\frac{8}{5}$ 13. $\frac{8}{7}$ 14. $\frac{10}{3}$ 15. $\frac{20}{3}$ 16. $\frac{8}{3}$ 17. $\frac{3}{5}$ 18. B

7-6

Por cientos mayores que 100% y menores que 1%

(páginas 316–318)

Cuando expresas un por ciento mayor que 100% en forma decimal, el decimal resultante es mayor que 1. Cuando expresas un por ciento menor que 1% en forma decimal, el decimal resultante es menor que 0.01.

EJEMPLOS

A Escribe 142% en forma decimal.

$142\% = 1.42$ Divide el porcentaje entre 100 y elimina el símbolo de porcentaje.

B Escribe 0.00825 como porcentaje.

$0.00825 = 0.825\%$ Multiplica el decimal entre 100 y añade el símbolo de porcentaje.

Intenten esto juntos

1. Expresen 0.682% como un decimal.

AYUDA: El decimal resultante es menor que 0.01.

2. Expresen 3.7 como un porcentaje.

AYUDA: El decimal es mayor que 1.

PRÁCTICA

Expresa cada porcentaje como decimal.

3. 125%

4. 545%

5. 210%

6. 356%

7. 0.08%

8. 0.85%

Expresa cada número como porcentaje.

9. 7

10. 0.007

11. 1.28

12. 4.5

13. 3.86

14. $\frac{8}{2,000}$

15. Escribe 430% como decimal.

16. Expresa 0.006 como porcentaje.

17. **Internet** Lara y Lezlie usan Internet. El uso de Internet de Lara es un 160% del uso de Internet de Lezlie. ¿Por cuál decimal multiplicarías el uso de Lezlie para calcular el uso de Lara?



18. **Prueba estandarizada de práctica** El área de Indiana es aproximadamente 0.0098 del área de Estados Unidos. ¿Qué porcentaje es éste?

A 0.98%

B 98%

C 9.8%

D 0.0098%

Respuestas: 1. 0.00682 2. 370% 3. 1.25 4. 5.45 5. 2.1 6. 3.56 7. 0.0008 8. 0.0085 9. 700% 10. 0.7% 11. 128% 12. 450% 13. 386% 14. 0.4% 15. 4.3 16. 0.6% 17. 1.6 18. A

Porcentaje de un número (páginas 319–321)

Supongamos que lees en el periódico escolar que el 62% de los alumnos encuestados compra almuerzo en la escuela. De los 200 alumnos que fueron encuestados, ¿cuántos compran el almuerzo en la escuela? Puedes usar una proporción o una multiplicación para resolver este problema.

EJEMPLOS

A Calcula el 62% de 200.

Método 1: Usa una proporción. Sea s el número de alumnos que compran almuerzos.

$$\frac{s}{200} = \frac{62}{100}$$

La razón de s alumnos a los 200 encuestados

es igual a 62% ó $\frac{62}{100}$.

$$s \times 100 = 200 \times 62 \quad \text{Calcula los productos cruzados.}$$

$$\frac{100s}{100} = \frac{12,400}{100}$$

Divide cada lado entre 100.

$$s = 124 \quad \text{Así, el 62% de 200 es 124.}$$

B Calcula el 62% de 200.

Método 2: Usa multiplicación.

Primero expresa el porcentaje como decimal y luego multiplica.

$$62\% \text{ de } 200 = 0.62 \times 200 \quad \text{Recuerda, } 62\% = 0.62.$$

$$= 124$$

Así, el 62% de 200 es 124.

Intenten esto juntos

Calculen cada número. Redondeen en décimas, si es necesario.

- Calculen el 50% de 66.
- Calculen el 20% de 200.

PRÁCTICA

Calcula cada número. Redondea en décimas, si es necesario.

- Calcula 80% de 40.
- ¿Cuánto es el 12% de 68?
- Calcula 25% de 160.
- ¿Cuánto es el 15% de 74?
- ¿Cuánto es el 18% de 96?
- ¿Cuánto es el 75% de 24?
- ¿Cuánto es el 85% de 225?
- Calcula 33% de 90.
- ¿Cuánto es el 37% de 128?
- Calcula 10% de 100.

- 13. Paisajes** El Sr. y la Sra. Morrissey quieren reemplazar el 60% del césped en su patio con árboles y plantas. Si el patio tiene 6,000 pies cuadrados de césped, ¿cuántos pies cuadrados se reemplazarán con árboles y plantas?



- 14. Prueba estandarizada de práctica** Si el 25% de las piezas de un rompecabezas de 500 piezas consisten en piezas para las orillas, ¿cuántas piezas son piezas para las orillas?

A 75

B 150

C 125

D 225

Respuestas: 1. 33 2. 40 3. 32 4. 18 5. 8.2 6. 191.3 7. 40 8. 29.7 9. 11.1 10. 47.4 11. 17.3 12. 10 13. 3,600 14. C

7-8

La proporción porcentual (páginas 323–325)

La **proporción porcentual** es $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$, donde a es la **parte**, b es la **base** y p es el **porcentaje**. Al usar la proporción $\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$, puedes ver cómo se usa la proporción porcentual para resolver los tres tipos básicos de ecuaciones porcentuales.

Cómo calcular el porcentaje	¿Qué porcentaje de 2 es 1?	$\frac{1}{2} = \frac{p}{100}$
Cómo calcular la parte	¿Cuánto es el 50% de 2?	$\frac{a}{2} = \frac{50}{100}$
Cómo calcular la base	¿De qué número es 1 el 50%?	$\frac{1}{b} = \frac{50}{100}$

EJEMPLOS

A ¿De qué número es 32 el 40%?

$$\frac{32}{b} = \frac{40}{100}$$

Escribe la proporción porcentual reemplazando a con 32 y p con 40.

$$32 \times 100 = b \times 40$$

Calcula los productos cruzados.

$$\frac{3,200}{40} = \frac{40b}{40}$$

Divide cada lado entre 40.

$$80 = b$$

De modo que 32 es el 40% de 80.

B ¿Qué porcentaje de 150 es 30?

$$\frac{30}{150} = \frac{p}{100}$$

Escribe la proporción porcentual reemplazando a con 30 y b con 150.

$$30 \times 100 = 150 \times p$$

Calcula los productos cruzados.

$$\frac{3,000}{150} = \frac{150p}{150}$$

Divide cada lado entre 150.

$$20 = p$$

De modo que 30 es el 20% de 150.

Intenten esto juntos

Calculen cada número. Redondeen en décimas, si es necesario.

1. ¿Qué porcentaje de 12 es 6?

2. ¿Cuánto es el 68% de 90?

PRÁCTICA

Halla cada número Redondea en décimas, si es necesario.

3. ¿Qué porcentaje de 24 es 6?

4. ¿Qué porcentaje de 40 es 8?

5. ¿De qué número es 10 el 8%?

6. ¿De qué número es 15 el 30%?

7. ¿Cuánto es el 60% de 20?

8. ¿Qué porcentaje de 96 es 12?

9. ¿Qué porcentaje de 400 es 60?

10. ¿Cuánto es el 12% de 50?

11. Calcula el 110% de 16.

12. ¿De qué número es 90 el 45%?

13. **Prueba estandarizada de práctica** Durante una epidemia de influenza, 3 de cada 20 alumnos en la clase de Marina faltaron a clases debido a la enfermedad. ¿Qué porcentaje de alumnos faltó a clase?

A 10%

B 5%

C 20%

D 15%

Respuestas: 1. 50% 2. 61.2 3. 25% 4. 20% 5. 125 6. 50 7. 12 8. 12.5% 9. 15% 10. 6 11. 17.6 12. 200 13. D

7

Repaso del capítulo

Por cientos comerciales

Los canales y redes televisivas venden tiempo para anuncios comerciales para poder pagar los costos de administración de los canales y redes y para pagar por la producción de los programas que vemos. ¿Te has preguntado alguna vez cuánto tiempo pasas viendo comerciales en lugar de programas? Con uno de tus padres, sigue los siguientes pasos para averiguarlo. *Nota:* Si tú o tu apoderado prefieren no ver televisión, pueden completar el mismo ejercicio escuchando la radio.

1. Decidan qué programa de televisión van a ver. Prepara una hoja de papel, un lápiz y un reloj con segundero antes de que comience el programa.
2. Usando la siguiente tabla, escribe el tiempo exacto cuando comenzó el programa. Luego usa el reloj para llevar la cuenta de la duración de cada espacio comercial durante el programa. Las redes y las estaciones de televisión por lo general muestran cuatro o más comerciales seguidos, de modo que asegúrate de escribir la duración entera de cada espacio comercial. También asegúrate de escribir la duración de los comerciales después del programa, desde que termina un programa hasta el comienzo del siguiente programa.
3. Una vez que hayas visto el programa entero, calcula el porcentaje de tiempo que pasaste viendo comerciales y el porcentaje de tiempo que pasaste viendo el programa. Usa la siguiente tabla como ayuda.

Inicio del programa	
Fin del programa	
Tiempo total del programa (min)	

Espacios comerciales	Hora
Espacio 1	
Espacio 2	
Espacio 3	
Espacio 4	
Espacio 5	
(Añade más espacios si es necesario)	
Tiempo total de los comerciales (en minutos)	

Usa la proporción porcentual para averiguar qué porcentaje del tiempo del programa se usó en comerciales. El tiempo total (en minutos) de los comerciales es el porcentaje (P) y el tiempo total del programa es la base (B). Debes despejar r . Redondea tu resultado al porcentaje entero más cercano.

$$\frac{P}{B} = \frac{r}{100}$$

Porcentaje de tiempo para comerciales:

Prueba esta actividad con diferentes tipos de programas, con programas de diferentes duraciones y con programas que se muestran a diferentes horas del día. ¿Son iguales los porcentajes? Explica.

Las respuestas se encuentran en la página 107.