4-1 Razones y tasas (páginas 156–159)

Razón	Una razón compara dos números mediante la división. $\frac{27}{100}$, 27 de 100, 27 a 100, 27:100
Tasa	Una tasa es un tipo especial de razón. Una tasa compara dos cantidades con distintas unidades, tales como millas por galón o centavos por libra.
Tasa unitaria	Cuando se reduce una tasa de modo que tenga un denominador de 1, se llama **tasa unitaria**.

EJEMPLOS

A Expresa como tasa y en forma reducida 12 ganadores por cada 90 personas que entran.

Escribe una fracción para la tasa: $\frac{12}{90}$.

Divide el numerador y el denominador entre el MCD para reducir. El MCD de 12 y 90 es 6.

$\frac{2}{15}$ es la tasa en forma reducida.

B Expresa la tasa de $6 por 3 libras en forma de tasa unitaria.

Escribe una tasa: $\frac{\$6}{3 \text{ libras}}$.

Divide el numerador y el denominador entre 3 para obtener un denominador de 1 unidad.

La tasa unitaria es de $2 por libra.

Prueben esto juntos

1. Expresen 16 de 32 en forma reducida.
AYUDA: Escriban una fracción y reduzcan.

2. Expresen 6 triunfos en 10 juegos en forma reducida.
AYUDA: Escriban una fracción y reduzcan.

PRÁCTICA

Expresa cada tasa o razón en forma reducida.

3. 3 a 15
4. 3 chicos: 24 chicas
5. 13 metros por segundo
6. 56 perros a 48 gatos
7. 4 pies: 16 pies
8. 12 libros por 4 alumnos

Expresa cada tasa como tasa unitaria.

9. $18.00 por 3 libras
10. $19.50 por 15 galones
11. $1.68 por 8 onzas
12. $2.00 por 10 libras
13. 8 pies en 2 segundos
14. 25 revistas en 5 días

15. Deportes Gloribel corrió la línea de 400 metros en 80 segundos. ¿Cuántos metros corrió por segundo?

16. Prueba estandarizada de práctica Supón que una botella de aderezo de ensalada ranchero cuesta $2.65 en el supermercado. Si hay 20 onzas en la botella, ¿cuál es el precio por onza del aderezo? Redondea al centavo más cercano.

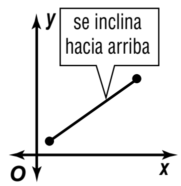
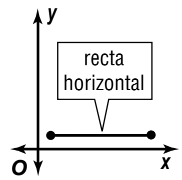
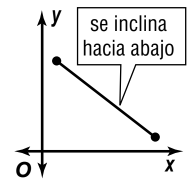
A $0.14 **B** $0.12 **C** $0.15 **D** $0.13

Respuestas: **1.** $\frac{1}{2}$ **2.** $\frac{3}{5}$ **3.** $\frac{1}{5}$ **4.** $\frac{1}{8}$ **5.** $\frac{13}{1}$ **6.** $\frac{7}{6}$ **7.** $\frac{1}{4}$ **8.** $\frac{3}{1}$ **9.** $6.00 por libra **10.** $1.30 por galón **11.** $0.21 por onza **12.** $0.20 por minuto **13.** 4 pies por segundo **14.** 5 revistas por día **15.** 5 **16.** D

NOMBRE ______________________________ FECHA ____________ PERÍODO ____

4-2 Tasa de cambio (páginas 160–164)

Una **tasa de cambio** es una tasa que describe cómo cambia una cantidad con respecto a otra. Para calcular la tasa de cambio, divide la diferencia en las coordenadas y entre la diferencia en las coordenadas x. La tasa de cambio entre (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Las tasas de cambio pueden ser positivas, negativas o cero.

Tasa de cambio	positiva	cero	negativa
Significado en la vida real	aumento	no hay cambio	disminución
Gráfica			

EJEMPLO

Calcula la tasa de cambio entre 1990 y 2000.

$$\frac{\text{cambio en la población}}{\text{cambio en el año}} = \frac{(1{,}293{,}953 - 1{,}006{,}749) \text{ personas}}{(2000 - 1990) \text{ años}}$$

$$= \frac{287{,}204 \text{ personas}}{10 \text{ años}} = \frac{28{,}720.4 \text{ personas}}{1 \text{ año}}$$

La población de Idaho ha crecido un promedio de 28,720.4 personas por año.

Población de Idaho	Año
588,637	1950
667,191	1960
713,015	1970
944,127	1980
1,006,749	1990
1,293,953	2000

The World Almanac, 2002, pág. 377

PRÁCTICA

Para los ejercicios 1–4, usa la tabla de la derecha. La tabla muestra el número de asistentes a la piscina local durante todo el día.

Tiempo	Número de asistentes a la piscina
11 A.M.	12
12 P.M.	23
1 P.M.	25
2 P.M.	25
3 P.M.	13

1. Calcula la tasa de cambio de 12 P.M. a 1 P.M.
2. Calcula la tasa de cambio de 11 A.M. a 2 P.M.
3. ¿Fue la tasa de cambio entre la 1 P.M. y las 2 P.M. positiva, negativa o cero?
4. ¿Durante qué período de tiempo fue la tasa de cambio en asistentes negativa?
5. **Prueba estandarizada de práctica** En la escuela secundaria West, las ventas de camisetas del club deportivo fueron de 135 en total en 1999. En 2002, fueron de 162 en total. Si la tasa de cambio continuase, ¿cuál sería el total en las ventas de camisetas en 2003?

   A 171 camisetas **B** 153 camisetas **C** 162 camisetas **D** 135 camisetas

Respuestas: 1. 2 personas/hora **2.** ≈ 4.3 personas/hora **3.** cero **4.** entre 2 P.M. y 3 P.M. **5.** A

NOMBRE ______________________________________ FECHA ____________ PERÍODO ____

4-3 Pendiente (páginas 166–169)

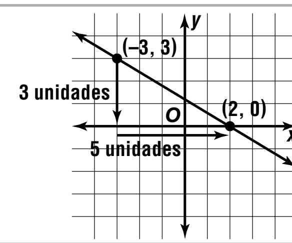
La tasa de cambio entre cualesquiera dos puntos sobre una recta es siempre la misma. Esta tasa de cambio constante se llama pendiente de la recta. La **pendiente** es la razón de la **altura**, o cambio vertical, con respecto a la **carrera**, o cambio horizontal.

EJEMPLO

Calcula la pendiente de la recta.

Escoge dos puntos en la recta. El cambio vertical es de 3 unidades hacia abajo o −3, mientras que el cambio horizontal de 5 unidades hacia la derecha o +5.

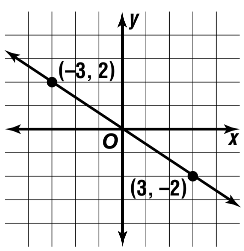
$$\text{pendiente} = \frac{\text{altura}}{\text{carrera}} = \frac{-3}{5}$$



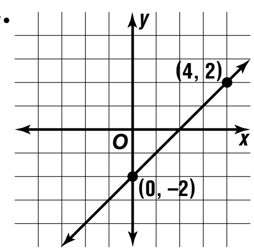
PRÁCTICA

Calcula la pendiente de cada recta.

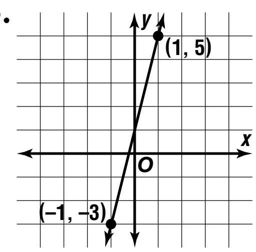
1.



2.



3.



Los puntos dados en cada tabla se encuentran en la recta. Calcula la pendiente de la recta. Luego grafica la recta.

4.

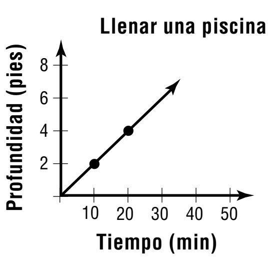
x	−1	0	1	2
y	5	3	1	−1

5.

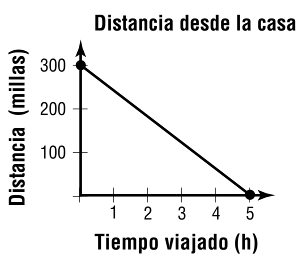
x	−8	−4	0	4
y	−3	0	3	6

Calcula la pendiente de cada recta e interpreta su significado en forma de tasa de cambio.

6.



7.



8.

9. **Prueba estandarizada de práctica** Hay dos rampas para entrar a la escuela. La primera tiene una altura de 2 pies por cada carrera de 16 pies. La segunda rampa tiene una altura de 1 pie por cada carrera de 7 pies. ¿Cuál enunciado es verdadero?

A La primera rampa es más inclinada que la segunda.
B Ambas rampas tienen la misma inclinación.
C La segunda rampa es más inclinada que la primera.
D No se puede determinar con la información dada.

Respuestas: 1. $\frac{-2}{3}$ **2.** 1 **3.** 4 **4–5.** Ver clave de respuestas para las gráficas. **4.** −2 **5.** $\frac{3}{4}$ **6.** $\frac{1}{5}$; La piscina se llena a una tasa de $\frac{1}{5}$ de pie por minuto. **7.** −60; Cada hora te acercas 60 millas a tu casa. **8.** 20; Cada camisa cuesta $20. **9.** C

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ____

4-4 Resuelve proporciones (páginas 170–173)

Puedes usar dos razones iguales para escribir una proporción.

Resuelve una proporción	Una **proporción** es una ecuación que muestra la igualdad entre dos razones. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b \neq 0$ y $d \neq 0$ Los **productos cruzados** de una proporción son iguales. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $ad = bc$.

EJEMPLOS

A Determina si las razones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ forman una proporción.

¿Son iguales los productos cruzados de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$?

Los productos cruzados son 2×4 y 3×3. $8 \neq 9$. Como los productos cruzados no son iguales, $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4}$, las razones no forman una proporción.

B Resuelve $\frac{4}{5} = \frac{12}{c}$.

Calcula los productos cruzados.

$4 \times c = 5 \times 12$

$4c = 60$

$\frac{4c}{4} = \frac{60}{4}$ *Divide cada lado entre 4.*

$c = 15$

Prueben esto juntos

1. Determinen si las razones $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{4}$ forman una proporción.
AYUDA: Calculen los productos cruzados.

2. Determinen si las razones $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{4}$ forman una proporción.
AYUDA: Observen si son iguales los productos cruzados.

PRÁCTICA

Determina si cada par de razones forman una proporción.

3. $\frac{10}{20}, \frac{6}{12}$ **4.** $\frac{3}{8}, \frac{1}{5}$ **5.** $\frac{2}{6}, \frac{8}{24}$ **6.** $\frac{5}{25}, \frac{1}{5}$ **7.** $\frac{6}{15}, \frac{2}{5}$ **8.** $\frac{9}{27}, \frac{5}{12}$

Resuelve cada proporción.

9. $\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$ **10.** $\frac{3}{n} = \frac{4}{8}$ **11.** $\frac{3}{p} = \frac{6}{16}$ **12.** $\frac{6}{10} = \frac{3}{r}$

13. $\frac{a}{5} = \frac{15}{25}$ **14.** $\frac{y}{7} = \frac{9}{21}$ **15.** $\frac{6}{4} = \frac{t}{8}$ **16.** $\frac{3}{9} = \frac{9}{k}$

17. Fabricación Una compañía manufactura dos diferentes tipos de escritorios escolares. Un escritorio tiene la silla pegada y el otro escritorio es pequeño con la silla separada. Uno de cada 3 escritorios fabricados tiene la silla separada. Si se fabrican 90 escritorios, ¿cuántos tendrán la silla separada?

18. **Prueba estandarizada de práctica** Si un carro puede viajar 60 millas en 1 hora, ¿qué distancia puede viajar en 5 horas?

A 300 mi **B** 1,100 mi **C** 600 mi **D** 550 mi

Respuestas: 1. no **2.** sí **3.** sí **4.** no **5.** sí **6.** sí **7.** sí **8.** no **9.** 8 **10.** 6 **11.** 8 **12.** 5 **13.** 3 **14.** 3 **15.** 12 **16.** 27 **17.** 30 **18.** A

NOMBRE ______________________________________ FECHA ____________ PERÍODO ____

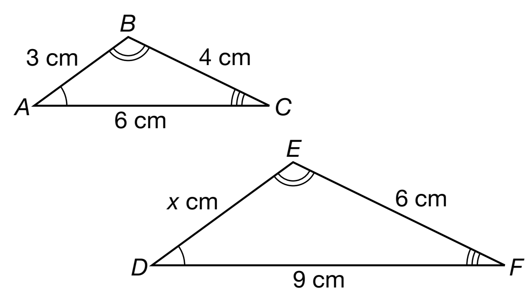
4-5 Polígonos semejantes (páginas 178–182)

Un **polígono** es una figura simple y cerrada en un plano formada por tres o más segmentos de recta. Un cuadrilátero es un polígono con cuatro lados. Un **pentágono** es un polígono con cinco lados.

Polígonos semejantes	Dos polígonos son **semejante** si sus correspondientes ángulos son congruentes y si sus correspondientes lados son proporcionales.

EJEMPLO

En la figura de la derecha, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Calcula la longitud del lado $\overline{DE}$.



$\overline{AB}$ corresponde a $\overline{DE}$ y $\overline{BC}$ corresponde a $\overline{EF}$.
Así que puedes escribir una proporción.

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

$\frac{3}{x} = \frac{4}{6}$ *$AB = 3$, $DE = x$, $BC = 4$, $EF = 6$*

$18 = 4x$ *Calcula los productos cruzados.*

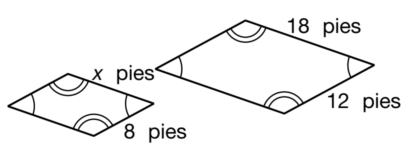
$4.5 = x$ *Encuentra el valor de x.*

La longitud de $\overline{DE}$ es de 4.5 centímetros.

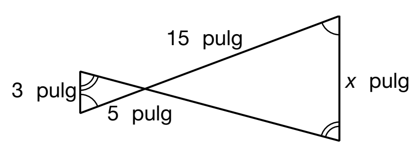
PRÁCTICA

Cada par de polígonos es semejante. Escribe una proporción para calcular cada medida que falta. Luego resuelve.

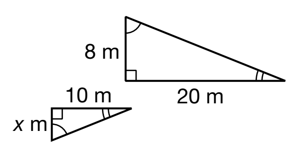
1.



2.



3.



4. Pasatiempos Sean desea ampliar una foto de 4 pulgadas por 6 pulgadas de modo que el lado más corto tenga 6 pulgadas. ¿Qué longitud tendrá el lado más largo?

5. **Prueba estandarizada de práctica** $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle DEF$. Si $AB = 2$, $BC = 5$ y $DE = 26$, ¿EF es igual a qué?

A $2\frac{4}{5}$ **B** $10\frac{2}{5}$ **C** $20\frac{4}{5}$ **D** 65

Respuestas: 1–3. Proporciones de muestra. **1.** $\frac{8}{12} = \frac{x}{18}$; 12 **2.** $\frac{3}{x} = \frac{5}{15}$; 9 **3.** $\frac{x}{8} = \frac{10}{20}$; 4 **4.** 9 pulg **5.** D

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ___

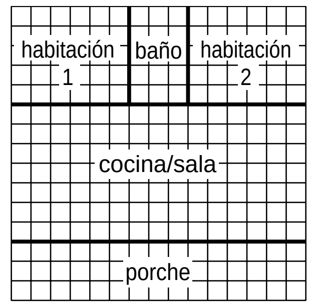
4-6 Dibujos a escala y modelos (páginas 184–187)

Un **dibujo a escala** o **modelo a escala** se usa para representar una figura que es demasiado grande o demasiado pequeña para dibujarse de tamaño natural.

Usa dibujos a escala	La **escala** de un dibujo o modelo se determina mediante la razón de una longitud dada en el dibujo o modelo con respecto a su correspondiente longitud natural.

EJEMPLO

La figura de la derecha consiste en un dibujo a escala de un plan para una cabaña. En el dibujo, el lado de cada cuadrado representa 20 pulgadas. Calcula la longitud y el ancho de la habitación 2.



Cuenta los cuadrados en el dibujo a escala. La habitación 2 tiene 6 cuadrados de largo y 5 de ancho. Usa la escala y tus conteos para escribir proporciones.

$\frac{1 \text{ cuadrado}}{20 \text{ pulg}} = \frac{6 \text{ cuadrados}}{x \text{ pulg}}$ $\quad$ $\frac{1 \text{ cuadrado}}{20 \text{ pulg}} = \frac{5 \text{ cuadrados}}{y \text{ pulg}}$

$1 \cdot x = 20 \cdot 6$ $\quad$ $1 \cdot y = 20 \cdot 5$

$x = 120$ $\quad$ $y = 100$

La longitud de la habitación 2 es de 120 pulgadas y el ancho es de 100 pulgadas.

Prueben esto juntos

1. Usen la figura y la escala del ejemplo de arriba para calcular la longitud y el ancho de la cocina/sala.
AYUDA: Escriban proporciones.

2. Usen la figura y la escala del ejemplo de arriba para calcular la longitud y el ancho del porche.
AYUDA: La longitud es la misma que la de la cocina/sala.

PRÁCTICA

3. Calcula la longitud y el ancho del baño en el ejemplo de arriba.

4. En un mapa, la escala es de 1 pulg = 250 millas. Calcula la distancia real de cada distancia en el mapa.

	De	*A*	*Distancia en el mapa*
a.	Minneapolis, Minnesota	San Diego, California	Aproximadamente 8 pulg
b.	San Diego, California	Portland, Oregon	Aproximadamente $4\frac{1}{4}$ pulg
c.	Portland, Oregon	Minneapolis, Minnesota	Aproximadamente 7 pulg

5. **Prueba estandarizada de práctica** Calcula las dimensiones de la cabaña (incluyendo el porche) en el ejemplo de arriba.

A 150 pulg por 150 pulg
B 112 pulg por 112 pulg
C 300 pulg por 280 pulg
D 300 pulg por 300 pulg

Respuestas: 1. 300 pulg por 140 pulg **2.** 300 pulg por 60 pulg **3.** 60 pulg por 100 pulg **4a.** aproximadamente 2,000 millas **4b.** aproximadamente 1,062.5 millas **4c.** aproximadamente 1,750 millas **5.** D

NOMBRE ____ FECHA ____________ PERÍODO ____

4-7 Mediciones indirectas (páginas 188–191)

El uso de proporciones para calcular una medida se llama **medición indirecta**.

Usa mediciones indirectas	Usa las partes correspondientes de los triángulos semejantes para escribir una proporción. Resuelve la proporción para calcular la medida que falta.

EJEMPLO

George mide $5\frac{1}{2}$ pies de estatura. Su sombra tiene un largo de 22 pulgadas en el mismo momento en que un árbol tiene una sombra de 120 pulgadas de longitud. ¿Cuántos pies de altura mide el árbol?

$\frac{5.5 \text{ pies}}{22 \text{ pulg}} = \frac{t \text{ pies}}{120 \text{ pulg}}$ *Escribe una proporción.*

$5.5(120) = 22t$ *Calcula los productos cruzados.*

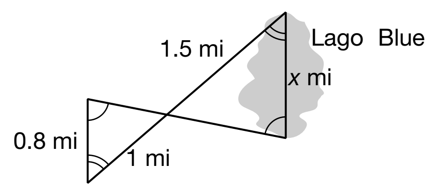
$30 = t$ *Calcula el valor de t.*

El árbol mide 30 pies de altura.

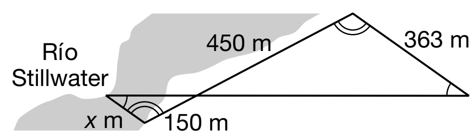
PRÁCTICA

En los ejercicios 1–3, los triángulos son semejantes. Escribe una proporción y resuelve el problema.

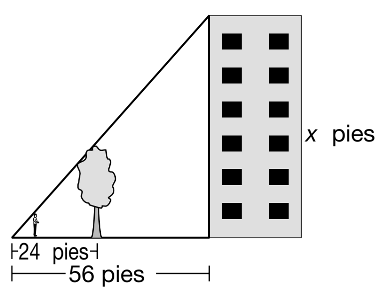
1. Calcula la distancia a través del lago Blue.



2. La ciudad de Hutchinson piensa construir un puente sobre la parte menos profunda del río Stillwater. Calcula la distancia a través de esta parte del río.



3. Cuando Peter se para en frente de un árbol de 27 pies que se encuentra en frente de su edificio de apartamentos, apenas puede ver la parte superior del edificio sobre el árbol. ¿Cuál es la altura del edificio de apartamentos?



4. **Prueba estandarizada de práctica** $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$. $AB = 45$ m, $BC = 15$ m y $XY = 24$ m. ¿Qué longitud tiene $\overline{YZ}$?

A $2\frac{2}{3}$ m **B** $7\frac{2}{3}$ m **C** 8 m **D** 72 m

Respuestas: 1–3. Proporciones de muestra. **1.** $\frac{x}{0.8} = \frac{1.5}{1}$; 1.2 mi **2.** $\frac{x}{363} = \frac{150}{450}$; 121 m **3.** $\frac{x}{27} = \frac{56}{24}$; 63 pies **4.** C

NOMBRE ____________________ FECHA __________ PERÍODO ____

4-8 Dilataciones (páginas 194–197)

La imagen producida al expandir o reducir una figura se llama **dilatación**.

Trabaja con dilataciones	Como la imagen dilatada tiene la misma forma que la original, las dos imágenes son semejantes. La razón de la imagen dilatada a la original se llama **factor de escala.**

EJEMPLO

Un triángulo tiene los vértices de $M(2,-2)$, $N(6, -2)$ y $P(2, 4)$. Calcula las coordenadas de $\triangle MNP$ después de una dilatación con un factor de escala de $\frac{5}{2}$.

Multiplica cada coordenada en cada par ordenado por $\frac{5}{2}$.

$M(2, -2) \rightarrow \left(2 \cdot \frac{5}{2}, -2 \cdot \frac{5}{2}\right) \rightarrow M'(5, -5)$

$N(6, -2) \rightarrow \left(6 \cdot \frac{5}{2}, -2 \cdot \frac{5}{2}\right) \rightarrow N'(15, -5)$

$P(2, 4) \rightarrow \left(2 \cdot \frac{5}{2}, 4 \cdot \frac{5}{2}\right) \rightarrow P'(5, 10)$

PRÁCTICA

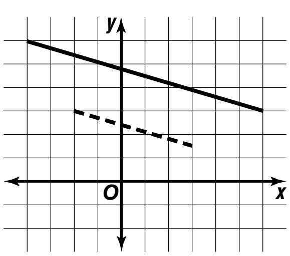
1. Calcula las coordenadas de la imagen del punto $C(12, 4)$ después de una dilatación con un factor de escala de $\frac{2}{3}$.

El triángulo KLM tiene los vértices de K(−5, 15), L(−5, −10) y M(15, 20). Calcula las coordenadas de sus vértices después de una dilatación con cada factor de escala dado.

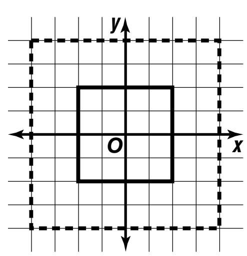
2. 3 **3.** $\frac{1}{5}$ **4.** $\frac{3}{5}$

En cada figura, la figura de línea punteada es una dilatación de la figura de línea sólida. Calcula cada factor de escala.

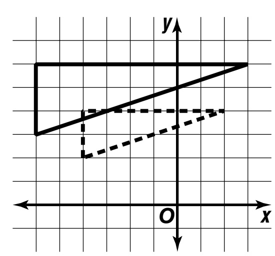
5.



6.



7.



8. **Prueba estandarizada de práctica** ¿Cuáles son las coordenadas de la imagen del punto $Q(3,8)$ después de una dilatación con un factor de escala de $\frac{1}{4}$?

A $Q'\left(\frac{3}{4}, 2\right)$ **B** $Q'(12, 32)$ **C** $Q'(3, 2)$ **D** $Q'\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{2}\right)$

Respuestas: 1. $C'\left(8, 2\frac{2}{3}\right)$ **2.** $K'(-15, 45)$, $L'(-15, -30)$, $M'(45, 60)$ **3.** $K'(-1, 3)$, $L'(-1, -2)$, $M'(3, 4)$ **4.** $K'(-3, 9)$, $L'(-3, -6)$, $M'(9, 12)$ **5.** $\frac{1}{2}$ **6.** 2 **7.** $\frac{2}{3}$ **8.** A

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ___

4 Repaso del capítulo

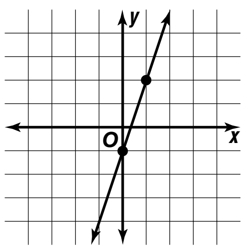
Hora de vocabulario

Resuelve cada problema. Encuentra la letra que corresponde a tu respuesta numérica en la lista que está al final de la página. Coloca la letra en el espacio en blanco que está a la derecha. Cuando termines, habrás deletreado una palabra de este capítulo.

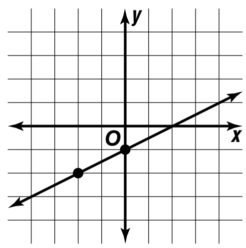
1. Expresa la razón en forma reducida: 9 álamos a 12 árboles. **1.** ____

2. Expresa la tasa como una tasa unitaria: \$12 por 24 donas. **2.** ____

3. Calcula la pendiente de la recta.



4. Calcula la pendiente de la recta.



3. ____

4. ____

5. Escribe una proporción que pueda usarse para calcular el valor de m. Luego resuelve. 4 millas de carrera en 20 minutos, 6 millas de carrera en m minutos. **5.** ____

6. El segmento $A'B'$ es una dilatación del segmento AB. Los extremos de cada segmento son $A\left(-2, \frac{1}{2}\right)$, $B\left(1\frac{1}{2}, 3\right)$, $A'(-4, -1)$ y $B'(3, 6)$. Calcula el factor de escala de la dilatación. **6.** ____

7. Corey mide 5 pies 6 pulgadas de estatura. Se para a la par de un árbol que produce una sombra de 37 pies 6 pulgadas. Si la sombra de Corey es de 8 pies 3 pulgadas, ¿qué altura en pies tiene al árbol? **7.** ____

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
2	11	4	9	$\frac{3}{5}$	0	6	15	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$	41	45	3	$\frac{7}{3}$	12	30	18	25	$\frac{3}{4}$	7	$\frac{2}{3}$	5	10	1	27	8

Las respuestas se encuentran en la página 108.