

6-1

Relaciones entre rectas y ángulos (páginas 256–260)

Las **rectas paralelas** son rectas en un plano que nunca se intersecan. Si la recta p es paralela a la recta q , entonces escribe $p \parallel q$. Una recta que interseca otras dos o más rectas se llama **transversal**. Los ángulos congruentes formados por rectas paralelas y una transversal tienen nombres especiales. Los ángulos formados por rectas paralelas y una transversal tienen también una relación especial.

Ángulos congruentes con rectas paralelas	Si un par de rectas paralelas es intersecado por una transversal, estos pares de ángulos son congruentes. Ángulos alternos internos: $\angle 4 \cong \angle 6, \angle 3 \cong \angle 5$ Ángulos alternos externos: $\angle 1 \cong \angle 7, \angle 2 \cong \angle 8$ Ángulos correspondientes: $\angle 1 \cong \angle 5, \angle 2 \cong \angle 6, \angle 3 \cong \angle 7, \angle 4 \cong \angle 8$	
Ángulos opuestos por el vértice y ángulos suplementarios	Los ángulos opuestos por el vértice son ángulos opuestos formados por la intersección de dos rectas. Los ángulos verticales son congruentes. (Por ejemplo, $\angle 1 \cong \angle 3$ en los ángulos anteriores.) Los ángulos suplementarios son ángulos cuyas medidas suman 180° . (Por ejemplo, $\angle 1$ es suplementario a $\angle 2$ en los ángulos anteriores.)	

EJEMPLOS

Usa la figura anterior para estos ejemplos.

A Calcula $m\angle 1$ si $m\angle 5 = 60^\circ$.

$\angle 1$ y $\angle 5$ son ángulos correspondientes.
 Los ángulos correspondientes son congruentes.
 Como $m\angle 5 = 60^\circ, m\angle 1 = 60^\circ$.

B Calcula $m\angle 6$ si $m\angle 7 = 75^\circ$.

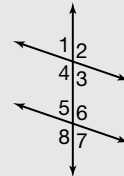
$\angle 6$ y $\angle 7$ son ángulos suplementarios.
 De modo que, $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$.
 $m\angle 6 + 75^\circ = 180^\circ$ Reemplaza 75° con $m\angle 7$.
 $m\angle 6 = 105^\circ$ Sustraer 75° de cada lado.

Prueben esto juntos

Usen la figura de la derecha para los ejercicios 1–4.
 Las dos rectas son paralelas.

- Calculen $m\angle 2$ si $m\angle 8 = 110^\circ$.
- Calculen $m\angle 4$ si $m\angle 6 = 122^\circ$.

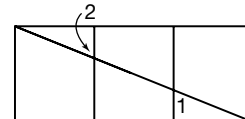
AYUDA: Identifiquen el tipo de ángulos primero.



PRÁCTICA

- Calcula $m\angle 3$ si $m\angle 2 = 98^\circ$.
- Calcula $m\angle 7$ si $m\angle 3 = 45^\circ$.
- $\angle p$ y $\angle q$ son congruentes. Calcula el valor de x si $m\angle p = (2x - 5)^\circ$ y $m\angle q = 75^\circ$.

6. Pasatiempos Alexis hace una colcha con un patrón de rectas paralelas y transversales. El patrón se muestra a la derecha. Si $m\angle 1$ es de 68° , ¿de cuántos grados debe ser $m\angle 2$?



7. Prueba estandarizada de práctica $\angle a$ y $\angle b$ son ángulos alternos externos de rectas paralelas. Si $m\angle a$ es de 138° , ¿de cuánto es $m\angle b$?

- A** 180° **B** 138° **C** 42° **D** 48°

Respuestas: 1. 110° 2. 122° 3. 82° 4. 45° 5. 40 6. 68° 7. B

6-3

Triángulos rectángulos especiales (páginas 267–270)

Algunos triángulos rectángulos se consideran especiales porque sus lados y ángulos tienen relaciones importantes.

<p>Calcula medidas en triángulos rectángulos especiales</p>	<ul style="list-style-type: none"> • En un triángulo rectángulo de $30^\circ-60^\circ$, la hipotenusa mide el doble de la longitud del lado opuesto al ángulo de 30° (el lado más corto). • En un triángulo rectángulo de $45^\circ-45^\circ$, las longitudes de los catetos son iguales.
--	---

EJEMPLO

La longitud de la hipotenusa de un triángulo de $30^\circ-60^\circ$ es de 15 pulgadas. Calcula las longitudes de los catetos.

La longitud del cateto más corto (el que es opuesto al ángulo de 30°) es siempre la mitad de la hipotenusa, así que el cateto tiene 7.5 pulgadas de longitud. Usa el teorema de Pitágoras para calcular la longitud del otro cateto.

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Teorema de Pitágoras}$$

$$(7.5)^2 + b^2 = 15^2$$

$$56.25 + b^2 = 225$$

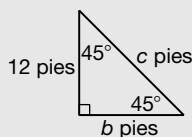
$$b^2 = 168.75$$

$$b = \sqrt{168.75}$$

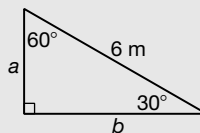
$$b \approx 13.0 \quad \text{Redondea en décimas.}$$

Prueben esto juntos

1. Calculen las longitudes que faltan. Redondeen en décimas, si es necesario.
2. Calculen las longitudes que faltan. Redondeen en décimas, si es necesario.



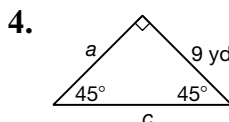
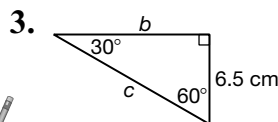
AYUDA: Los catetos tienen longitudes iguales.



AYUDA: Calculen la longitud de la mitad de la hipotenusa.

PRÁCTICA

Calcula las longitudes que faltan. Redondea en décimas, si es necesario.



5. **Prueba estandarizada de práctica** Tu carro tiene dos ventanas rectangulares de $30^\circ-60^\circ$. Necesitas un trozo de vidrio para reemplazar una ventana vieja. ¿Cuáles son las longitudes de los otros lados de la ventana si la hipotenusa es de 14 pulgadas?

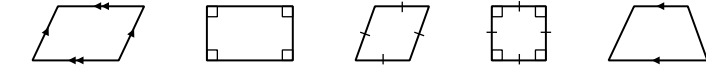
- A** 5 pulg por 10 pulg **B** 7 pulg por 10 pulg
C 7 pulg por 12.1 pulg **D** 6.5 pulg por 12.1 pulg

Respuestas: 1. $b = 12$ pies; $c \approx 17.0$ pies 2. $a = 3$ m; $b \approx 5.2$ m 3. $b \approx 11.3$ cm; $c = 13$ cm 4. $a = 9$ yd; $c \approx 12.7$ yd 5. C

6-4

Clasifica cuadriláteros (páginas 272–275)

Un **cuadrilátero** es un polígono con cuatro lados y cuatro ángulos. La suma de las medidas de los ángulos de un cuadrilátero es de 360° .

Tipos de cuadriláteros	<ul style="list-style-type: none"> • Un paralelogramo es un cuadrilátero con ambos pares de lados opuestos paralelos y congruentes. • Un rectángulo es un paralelogramo con 4 ángulos rectos. • Un rombo es un paralelogramo con 4 lados congruentes. • Un cuadrado es un paralelogramo con 4 ángulos rectos y 4 lados congruentes. • Un trapecio es un cuadrilátero con exactamente un par de lados opuestos que son paralelos.
	 <p>paralelogramo rectángulo rombo cuadrado trapecio</p>

EJEMPLOS

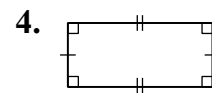
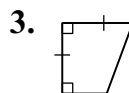
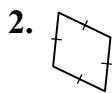
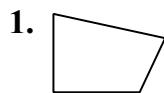
Clasifica cada cuadrilátero con el nombre que mejor lo describe.

A El cuadrilátero *ABCD* tiene sólo un par de lados paralelos.
El único cuadrilátero con sólo un par de lados paralelos es un trapecio.
El cuadrilátero ABCD es un trapecio.

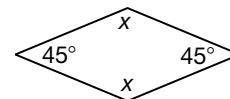
B El cuadrilátero *HIJK* tiene todos los lados congruentes, con cuatro ángulos rectos.
Un cuadrilátero con cuatro lados congruentes y cuatro ángulos rectos es un cuadrado.

PRÁCTICA

Clasifica cada cuadrilátero con el nombre que mejor lo describe.



5. Arquitectura Un arquitecto diseña una ventana con figura de rombo para una casa nueva. El bosquejo de la ventana se muestra a la derecha. Calcula el valor de x para que el arquitecto sepa las medidas de los cuatro ángulos.



6. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál es el mejor modo de clasificar un cuadrilátero que es también un paralelogramo con 4 ángulos rectos?

- A** trapecio **B** rombo **C** cuadrado **D** rectángulo

Respuestas: 1. cuadrilátero 2. rombo 3. trapecio 4. rectángulo 5. 135 6. D

6-5

Polígonos congruentes (páginas 279–282)

Los triángulos que tienen el mismo tamaño y forma se llaman **polígonos congruentes**. Cuando dos polígonos son congruentes, las partes que coinciden se llaman **partes correspondientes**. Dos polígonos son congruentes cuando todas sus partes correspondientes son congruentes.

Polígonos congruentes	Palabras	Si dos polígonos son congruentes, sus lados correspondientes son congruentes y sus ángulos correspondientes son congruentes.
	Modelo	
	Símbolos	Ángulos congruentes: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$, $\angle C \cong \angle H$ Lados congruentes: $\overline{BC} \cong \overline{GH}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $\overline{AB} \cong \overline{FG}$

PRÁCTICA

Determina si los siguientes polígonos son congruentes. Si lo son, nombra las partes correspondientes y escribe un enunciado de congruencia.

-
-
-

Calcula el valor de x en cada par de polígonos congruentes.

-
-

6. **Banderas** Los códigos de banderas internacionales se usan en el mar para dar señales de auxilio o para dar advertencias. La bandera que corresponde a la letra O, que se muestra a la derecha, advierte que una persona se cayó por la borda. ¿Cuántos triángulos congruentes hay en la bandera?



7. **Prueba estandarizada de práctica** El salón de clases de Sara consiste en un cuadrado con paredes de 24 pies de largo. ¿Cuáles son las dimensiones de una habitación congruente al salón de clases de Sara?

- A** 12 pies por 24 pies **B** 24 pies por 18 pies
C 20 pies por 24 pies **D** 24 pies por 24 pies

Respuestas: 1. sí; $\angle A \cong \angle X$, $\angle B \cong \angle Y$, $\angle C \cong \angle Z$, $\overline{AB} \cong \overline{XY}$, $\overline{BC} \cong \overline{YZ}$, $\overline{AC} \cong \overline{XZ}$; $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ 2. no 3. sí; $\angle O \cong \angle V$, $\angle R \cong \angle U$, $\angle S \cong \angle T$, $\overline{OR} \cong \overline{VU}$, $\overline{RS} \cong \overline{UT}$, $\overline{OS} \cong \overline{VT}$; $\triangle ORS \cong \triangle VUT$ 4. 15 5. 3 6. 2 7. D

Simetría (páginas 286–289)

Muchas figuras geométricas y de otro tipo tienen uno o más de los tipos de simetría descritos a continuación.

Tipos de Simetría	<ul style="list-style-type: none"> Una figura tiene simetría lineal si se puede doblar de modo que la mitad de la figura coincide con la otra mitad. La línea que divide las dos mitades se llama eje de simetría. Algunas figuras tienen más de un eje de simetría. Si puedes girar un objeto menos de 360° y el objeto aún se ve como el original, la figura tiene simetría rotacional. La medida en grados del ángulo a través del cual la figura se rota se llama ángulo de rotación. Algunas figuras tienen sólo un ángulo de rotación, mientras que otras tienen varios.
--------------------------	--

EJEMPLOS

Identifica el tipo de simetría.

A Un dibujo que parece el mismo si le das vuelta al papel de modo que la parte inferior es ahora la parte superior.

Como el dibujo parece el mismo si le das vuelta 180° , el dibujo tiene simetría rotacional.

B La marca de fierro del rancho del ganado de la familia Lee parece como si se pudiese doblar por la mitad y los dos lados coincidirían.

Las figuras que se pueden doblar por mitad para producir lados que coinciden tienen simetría lineal.

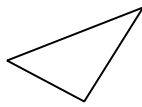
PRÁCTICA

Determina si cada figura tiene simetría lineal. De ser el caso, dibuja los ejes de simetría.

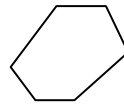
1.



2.



3.

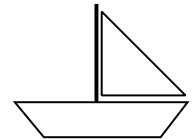


4.



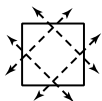
5. ¿Cuáles de las figuras en los ejercicios 1–4 tienen simetría rotacional?

6. **Deportes** La navegación es un deporte popular en las áreas cercanas a lagos y océanos. Dibuja un eje de simetría en la vela del barco de la derecha.

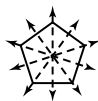


7. **Prueba estandarizada de práctica** ¿Cuál de las siguientes figuras muestra correctos ejes de simetría?

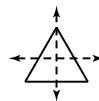
A



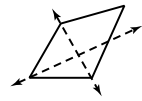
B



C



D



Respuestas: 1. Ver clave de respuestas. 2. no hay líneas de simetría. 3. no hay líneas de simetría. 4. Ver clave de respuestas. 5. La estrella del ejercicio 1. 6. Ver clave de respuestas. 7. B

Reflexiones (páginas 290–294)

La imagen especular producida al voltear una figura sobre una recta se llama **reflexión**. Esta recta se llama **línea de reflexión**. Una reflexión es un tipo de **transformación** de una figura geométrica.

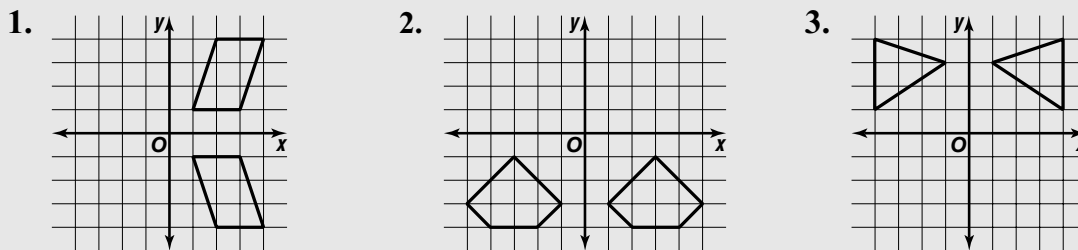
Reflexión sobre el eje x	Para reflejar un punto sobre el eje x, usa la misma coordenada x y el opuesto de la coordenada y del punto original. (x, y) se convierte en $(x, -y)$.
Reflexión sobre el eje y	Para reflejar un punto sobre el eje y, usa el opuesto de la coordenada x del punto original y la misma coordenada y. (x, y) se convierte en $(-x, y)$.

EJEMPLOS

- A** Cuando reflejas el punto $A(2, 1)$ sobre el eje x, ¿cuáles son las nuevas coordenadas?
Usa el número 2 como la coordenada x y -1 como el opuesto de la coordenada y. La reflexión es $A'(2, -1)$.
- B** Cuando reflejas el punto $A(2, 1)$ sobre el eje y, ¿cuáles son las nuevas coordenadas?
Usa el opuesto de la coordenada x, para que 2 se convierta en -2 . Usa la misma coordenada y. La reflexión es $A'(-2, 1)$.

Prueben esto juntos

Nombren la línea de reflexión para cada par de figuras.



PRÁCTICA

Grafica la figura con los vértices dados. Luego grafica la imagen de la figura después de efectuar una reflexión sobre los ejes dados y escribe las coordenadas de sus vértices.

- triángulo JKL con vértices de $J(2, 4)$, $K(4, 1)$ y $L(0, 1)$; eje x
- cuadrado $QRST$ con vértices de $Q(1, -1)$, $R(1, -4)$, $T(4, -1)$ y $S(4, -4)$; eje y
- trapecio $ABCD$ con vértices de $A(-2, 4)$, $B(-4, 4)$, $C(-6, 2)$ y $D(-1, 2)$; eje x

- 7. Prueba estandarizada de práctica** Akela va a hacer una colcha. Su diseño usa diamantes. Si su primer diamante tiene vértices de $D(2, 0)$, $E(4, -2)$, $F(2, -4)$ y $G(0, -2)$ y su segundo diamante es la reflexión del primer diamante a través del eje y, ¿cuáles serán las coordenadas de E' ?

- A** $(4, 2)$ **B** $(-4, -2)$ **C** $(0, -2)$ **D** $(0, 0)$

Respuestas: 1. eje x 2. eje y 3. eje y 4-6. Ver clave de respuestas. 4. $J'(2, -4)$, $K'(4, -1)$, $L'(0, -1)$ 5. $Q'(-1, -1)$, $R'(-1, -4)$, $S'(-4, -4)$, $T'(-4, -1)$ 6. $A'(-2, -4)$, $B'(-4, -4)$, $C'(-6, -2)$, $D'(-1, -2)$ 7. B

Traslaciones (páginas 296–299)

En un plano de coordenadas, un movimiento deslizante de una figura se llama **traslación**. Una traslación hacia abajo o hacia la izquierda es negativa. Una traslación hacia arriba o hacia la derecha es positiva.

Grafica traslaciones	Para trasladar un punto del modo descrito por un par ordenado, suma las coordenadas del par ordenado a las coordenadas del punto original. (x, y) trasladado por (a, b) se convierte en $(x + a, y + b)$.
-----------------------------	--

EJEMPLOS

- A** ¿Cuáles son las coordenadas de $(-2, 3)$ trasladado por $(1, -2)$?
Suma las coordenadas de $(1, -2)$ a las coordenadas de $(-2, 3)$. El nuevo punto es $(-1, 1)$.
- B** ¿Cuáles son las coordenadas de $(3, -5)$ trasladado por $(0, 2)$?
Suma las coordenadas de $(0, 2)$ a las coordenadas de $(3, -5)$. El nuevo punto es $(3, -3)$.

Prueben esto juntos

1. Calculen las coordenadas de $D(0, 0)$, $E(-2, 2)$ y $F(1, 3)$ después de ser trasladados por $(2, -1)$. Luego grafiquen el triángulo DEF y su traslación, el triángulo $D'E'F'$.
AYUDA: Sumen 2 a cada coordenada x y sumen -1 a cada coordenada y .

2. ¿Cuáles son las coordenadas del cuadrado con vértices de $A(-1, 2)$, $B(-1, 4)$, $C(1, 4)$ y $D(1, 2)$ después de ser trasladado por $(-3, -2)$? Luego grafiquen el cuadrado y su traslación.
AYUDA: Sumen -3 a la primera coordenada y -2 a la segunda.

PRÁCTICA

Grafica la figura con los vértices dados. Luego grafica la imagen de la figura después de efectuar la traslación indicada y escribe las coordenadas de sus vértices.

3. paralelogramo $BCDE$ con vértices de $B(-3, 3)$, $C(3, 3)$, $D(1, 1)$ y $E(-5, 1)$ trasladado por $(4, 3)$
4. cuadrilátero $HIJK$ con vértices de $H(1, 0)$, $I(3, -2)$, $J(1, -5)$ y $K(-1, -2)$ trasladado por $(-3, 0)$
5. Los vértices del triángulo KLM son $K(1, 2)$, $L(1, -5)$ y $M(5, 0)$. L' tiene las coordenadas de $(-3, -8)$
- a. Describe la traslación con un par ordenado.
- b. Calcula las coordenadas de K' y M' .



6. **Prueba estandarizada de práctica** Manuela planta su jardín con un rectángulo de flores a la par de otro. Si el primero tiene vértices de $A(-2, 3)$, $B(3, 3)$, $C(3, 1)$ y $D(-2, 1)$ y el segundo tiene vértices de $E(3, -3)$, $F(8, -3)$, $G(8, -5)$ y $H(3, -5)$, ¿cuál es la traslación de $ABCD$ a $EFGH$?

- A** $(10, -6)$ **B** $(-1, -1)$ **C** $(1, 0)$ **D** $(5, -6)$

<p>Respuestas: 1–4. Para las gráficas, ver clave de respuestas. 1. $D'(2, -1)$, $E'(0, 1)$, $F'(3, 2)$ 2. $A'(-4, 0)$, $B'(-4, 2)$, $C'(-2, 2)$, $D'(-2, 0)$ 3. $B'(1, 6)$, $C'(7, 6)$, $D'(5, 4)$, $E'(-1, 4)$ 4. $H'(-2, 0)$, $I'(0, -2)$, $J'(-2, -5)$, $K'(-4, -2)$ 5a. $(-4, -3)$ 5b. $K'(-3, -1)$, $M'(1, -3)$ 6. D</p>
--

Rotaciones (páginas 300-303)

Una **rotación** mueve una figura alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación**.

Propiedades de rotaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Los puntos correspondientes en la figura original y su imagen rotada tienen la misma distancia desde el centro de rotación y los ángulos que se forman al conectar el centro de rotación con los puntos correspondientes son congruentes. • La imagen es congruente a la figura original y la orientación de la imagen es la misma que la de la figura original.
----------------------------------	---

EJEMPLO

Grafica el punto $A(3, 2)$. Luego grafica el punto después de una rotación de 180° alrededor del origen y escribe las coordenadas de sus vértices.

- Paso 1* Dibuja una recta fina para conectar el punto A con el origen.
- Paso 2.* Dibuja \overline{OA} para que $m\angle A'OA = 180^\circ$ y para que $\overline{OA'}$ tenga la misma medida que \overline{OA} .
- El punto A' tiene las coordenadas $(-3, -2)$.



Recuerda que un ángulo que mide 180° es una línea recta.

PRÁCTICA

Determina si cada par de figuras representa una rotación. Escribe sí o no.

-
-
-

- Grafica el triángulo ABC con vértices de $A(3, -2)$, $B(5, -6)$ y $C(1, -5)$.

 - Gira el triángulo 90° en dirección opuesta a las manecillas del reloj, alrededor del origen y grafica el triángulo $A'B'C'$.
 - Gira el triángulo original 180° alrededor del origen y grafica el triángulo $A''B''C''$.



5. Prueba estandarizada de práctica Después de que se gira una figura 90° en dirección opuesta a las manecillas del reloj alrededor del origen, uno de los vértices se encuentra en el punto $(-2, 3)$. ¿Cuáles eran las coordenadas de este vértice *antes de* efectuar la rotación?

- A** $(3, 2)$ **B** $(-3, 2)$ **C** $(2, 3)$ **D** $(3, -2)$

Respuestas: 1. sí 2. no 3. no 4. Ver clave de respuestas 5. A

6

Repaso del capítulo

Despeja x en cada figura. Escribe cada respuesta en el cuadro apropiado.

<p>A</p>	<p>L</p>	<p>D</p>	<p>R</p>
<p>T</p>	<p>C</p>	<p>U</p>	<p>S</p>
<p>J</p>	<p>I</p>	<p>B</p>	<p>E</p>
<p>P</p>	<p>Y</p>	<p>N</p>	<p>K</p>

Ahora escribe la letra del cuadro que corresponde a cada valor en los espacios en blanco a continuación.

Las respuestas se encuentran en la página 109.