8-1 Probabilidad de eventos simples (páginas 374–377)

Una lista de todos los **resultados** posibles se llama **espacio muestral**.
La **probabilidad** te permite medir la factibilidad de un **evento**.

Probabilidad	$P(\text{evento}) = \dfrac{\text{número de resultados favorables}}{\text{número de resultados posibles}}$ • Cuando es imposible de que ocurra un evento, su probabilidad es 0. • Cuando se está seguro de que ocurrirá un evento, su probabilidad es 1.

EJEMPLO

Una bolsa contiene 4 canicas rojas y 3 azules. Si se saca una canica de la bolsa al azar, ¿cuál es P(azul)?

P(azul) es la probabilidad de sacar una canica azul.
Hay 3 maneras de sacar una canica azul.
Hay 4 + 3 ó 7 resultados posibles.
P(azul) = $\frac{3}{7}$ *ó como un decimal,* $0.\overline{428571}$

Prueben esto juntos

1. ¿Cuál es la probabilidad de que se tire un cubo numerado y el resultado sea 3 ó 4?
AYUDA: Encuentren el número de los resultados de 3 ó 4 y dividan ese número entre el número total de los resultados posibles.

2. ¿Cuál es la probabilidad de que se lance una piedra y caiga en el primer cuadro de un tablero de 8 cuadros?
AYUDA: Hay 8 resultados posibles.

PRÁCTICA

Enuncia la probabilidad de cada resultado en forma de fracción y decimal.

3. Se escoge aleatoriamente una persona vestida de rojo de un grupo de 5 personas que visten de rojo y 4 personas que visten de azul.

4. Se escoge una pelota de tenis verde de una bolsa que contiene 4 pelotas verdes, 7 amarillas y 5 blancas.

5. Un mes escogido al azar comienza con la letra A.

6. Un número de un dígito positivo elegido al azar es par.

Estos números se han escrito separadamente en tarjetas y los han puesto juntos en un sombrero: 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10. Una persona saca un número al azar sin mirar dentro del sombrero. Calcula la probabilidad de cada resultado.

7. $P(1)$ **8.** $P(3 \text{ ó } 10)$ **9.** $P(\text{no } 5)$ **10.** $P(6)$

11. **Prueba estandarizada de práctica** En una baraja de 52 naipes, hay 13 naipes de cada grupo: corazones, diamantes, espadas y clubes. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer naipe que se baraje sea una espada?

A 0.13 **B** 0.25 **C** 0.50 **D** 0.35

Respuestas: **1.** $\frac{1}{3}$; $0.\overline{3}$ **2.** $\frac{1}{8}$; 0.125 **3.** $\frac{5}{9}$; $0.\overline{5}$ **4.** $\frac{1}{4}$; 0.25 **5.** $\frac{1}{6}$; $0.1\overline{6}$ **6.** $\frac{4}{9}$; $0.\overline{4}$ **7.** $\frac{1}{14}$ **8.** $\frac{1}{7}$ **9.** $\frac{11}{14}$ **10.** $\frac{1}{7}$ **11.** B

8-2 Cuenta resultados (páginas 380–383)

Un modo de calcular el número posible de **resultados** es a través de un **diagrama de árbol**. También puedes calcular el número total de resultados al multiplicar usando el **principio de contar**.

Principio de contar	Si un evento *M* puede ocurrir de *m* maneras y lo sigue un evento *N* que puede ocurrir de *n* maneras, entonces el evento *M* seguido del evento *N* puede ocurrir de $m \cdot n$ maneras.

EJEMPLO

La Donna va a adoptar un perrito del centro de refugio de animales. El centro de refugio de animales agrupa a sus perros según su género (macho o hembra) y según su tamaño (pequeño, mediano o grande). Usa un diagrama de árbol y el principio de contar para calcular el número de selecciones o posibles resultados que tiene La Donna.

Usa un diagrama de árbol.

Género	Tamaño	Resultado
hembra	pequeño	hembra pequeña
	mediano	hembra mediana
	grande	hembra grande
macho	pequeño	macho pequeño
	mediano	macho mediano
	grande	macho grande

Usa el principio de contar.

selecciones de género × *selecciones de tamaño* = *resultados*

$2 \times 3 = 6$

Hay 6 posibles resultados.

Prueben esto juntos

1. Un restaurante ofrece tres ensaladas diferentes y seis tipos de aderezos de ensalada. ¿Cuántas selecciones de ensalada con aderezos hay?
AYUDA: Multipliquen.

PRÁCTICA

Usa un diagrama de árbol o el principio de contar para calcular el número de posibles resultados.

2. Colin puede escoger de entre una camiseta negra, café o azul y unos pantalones negros, azules o grises.

3. Reiko escoge semillas de millo, avena, abrojo o girasol para sus comederos de gorriones, pinzones o palomas.

4. Un restaurante ofrece huevos cocidos de tres diferentes maneras con una selección de papas fritas o croquetas.

5. **Prueba estandarizada de práctica** Olga tiene las opciones de cinco bolígrafos de colores para caligrafía y papel simple, de hilo o pergamino. ¿Cuántas selecciones posibles de bolígrafos y papel tiene?

A 15 **B** 8 **C** 10 **D** 12

Respuestas: **1.** 18 **2.** 9 **3.** 12 **4.** 6 **5.** A

NOMBRE ______________________________________ FECHA ____________ PERÍODO ____

8-3 Permutaciones (páginas 384–387)

Un arreglo o listado cuyo orden es importante se llama **permutación**.

Representa permutaciones	Usa $P(n, r)$ para representar una permutación. $P(n, r)$ significa el número de permutaciones de n cosas tomadas r a la vez. $P(n, r) = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \ldots \cdot (n - r + 1)$ Por ejemplo, $P(8, 3) = 8 \cdot 7 \cdot 6$ ó 336.

La notación $n!$ (n **factorial**) significa el producto de todos los números empezando con n y contando al revés hasta 1. Por ejemplo, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, ó 24. Se define $0!$ como 1.

EJEMPLO

Hay 5 corredores en una carrera de 400 metros. Al primer, segundo y tercer lugar se le premiará con una cinta. ¿De cuántas maneras posibles se puede premiar con las cintas?

Debes seleccionar 3 de 5 corredores.

$P(5, 3) = 5 \cdot 4 \cdot 3$ $\quad$ *$n = 5$ y $r = 3$, así que $n - r + 1 = 3$*

$= 60$

Hay 60 maneras de premiar con las cintas.

Prueben esto juntos

Calculen cada valor.

1. $P(6, 3)$ **2.** $6!$

PRÁCTICA

Calcula cada valor.

3. $P(5, 5)$ **4.** $P(8, 4)$ **5.** $P(13, 5)$ **6.** $8!$ **7.** $0!$

8. $5!$ **9.** $2!$ **10.** $9!$ **11.** $P(15, 1)$ **12.** $P(10, 5)$

13. Mascotas ¿De cuántas maneras puedes seleccionar 5 perros de un grupo de 7 para entrar en 5 eventos diferentes en un concurso de perros?

14. Prueba estandarizada de práctica Hay 12 niños preescolares esperando usar 4 piezas diferentes de equipo de patio de recreo. ¿De cuántas maneras puede distribuir la profesora el equipo para 4 alumnos?

A 11,880 **B** 479,001 **C** 24 **D** 48

Respuestas: 1. 120 **2.** 720 **3.** 120 **4.** 1,680 **5.** 154,440 **6.** 40,320 **7.** 1 **8.** 120 **9.** 2 **10.** 362,880 **11.** 15 **12.** 30,240 **13.** 2,520 **14.** A

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ____

8-4 Combinaciones (páginas 388–391)

Un arreglo o listado cuyo orden no es importante se llama **combinación**.

Calcula combinaciones	Para calcular el número de combinaciones de n cosas tomadas r a la vez, o $C(n, r)$, divide el número de permutaciones $P(n, r)$ entre el número de maneras en que r cosas pueden arreglarse, lo cual es $r!$. $C(n, r) = \frac{P(n, r)}{r!}$

EJEMPLOS

A Calcula $C(3, 2)$.

$$C(3, 2) = \frac{P(3, 2)}{2!} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} \text{ ó } 3$$

B Calcula $C(5, 3)$.

$$C(5, 3) = \frac{P(5, 3)}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{60}{6} \text{ ó } 10$$

Prueben esto juntos

Calculen cada valor.

1. $C(5, 2)$ **2.** $C(12, 4)$ **3.** $C(16, 3)$ **4.** $C(8, 5)$

AYUDA: Calculen el número de permutaciones primero, luego dividan entre r!.

PRÁCTICA

Calcula cada valor.

5. $C(10, 6)$ **6.** $C(4, 2)$ **7.** $C(7, 4)$ **8.** $C(11, 5)$

9. $C(6, 3)$ **10.** $C(4, 4)$ **11.** $C(1, 1)$ **12.** $C(100, 1)$

***Determina si cada situación es una* permutación *o una* combinación.**

13. escoger 3 clips de papel de una caja de 100

14. agarrar 5 pelotas de tenis de una cesta de 10

15. seis pájaros posados en un alambre telefónico

16. escoger 4 marcadores de colores de una caja de 8 diferentes colores

17. cinco bicicletas estacionadas en un puesto de 10 bicicletas

18. **Compras** Un mercado tiene 15 sabores de chicles. Nate compra tres sabores de chicle cada vez que visita el mercado. ¿Cuántas combinaciones diferentes de tres sabores de chicle puede comprar Nate?

19. **Prueba estandarizada de práctica** El señor Begay tiene 8 insectos para que los estudien los alumnos. ¿Cuántos grupos diferentes de 3 insectos puede estudiar un alumno?

A 8 **B** 70 **C** 28 **D** 56

Respuestas: **1.** 10 **2.** 495 **3.** 560 **4.** 56 **5.** 210 **6.** 6 **7.** 35 **8.** 462 **9.** 20 **10.** 1 **11.** 1 **12.** 100 **13.** combinación **14.** combinación **15.** permutación **16.** combinación **17.** permutación **18.** 455 **19.** D

8-5 Probabilidad y eventos compuestos

(páginas 396–399)

Cuando calculas probabilidades, a menudo tienes que tomar en consideración dos o más eventos, conocidos como **eventos compuestos**. En un evento compuesto, si el segundo evento no depende del resultado del primer evento, entonces los eventos son **independientes**. Si el resultado de un evento de un evento compuesto influye en el otro evento, entonces los eventos son **dependientes**.

Probabilidad de dos eventos independientes	La probabilidad de que ocurran dos eventos independientes se calcula multiplicando la probabilidad del primer evento por la probabilidad del segundo evento. $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$
Probabilidad de dos eventos dependientes	Si dos eventos A y B son dependientes, entonces la probabilidad de que ocurran los dos eventos es igual al producto de la probabilidad de A por la probabilidad de B después de ocurrir A. $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B \text{ dado } A)$

EJEMPLOS

A ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos caras seguidas al tirar una moneda?

La primera vez que se tira la moneda no afecta la segunda vez que se tira, así que estos eventos son independientes.

$P(\text{caras y caras}) = P(\text{caras}) \cdot P(\text{caras})$

$P(\text{caras y caras}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

$P(\text{caras y caras}) = \frac{1}{4}$

La probabilidad de obtener dos caras seguidas al tirar una moneda es de $\frac{1}{4}$.

B Una bolsa contiene tres canicas rosadas y dos moradas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar de la bolsa dos canicas moradas seguidas si no se devuelve la primera canica?

El sacar la primera canica cambia el número de canicas dentro de la bolsa, lo cual cambia la probabilidad del segundo evento. Estos son eventos dependientes.

$P(\text{morada y morada}) = P(\text{morada}) \cdot P(\text{morada después de otra morada})$

$P(\text{morada y morada}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$

$P(\text{morada y morada}) = \frac{2}{20} \text{ ó } \frac{1}{10}$

La probabilidad de sacar dos canicas moradas seguidas es de $\frac{1}{10}$.

PRÁCTICA

Se usan veinte tarjetas de un juego. Cinco son rojas, cinco son azules, cuatro son verdes y seis son amarillas. Una vez que se saca una tarjeta, ésta no se reemplaza. Calcula la probabilidad de cada resultado.

1. dos tarjetas azules seguidas

2. una tarjeta verde y luego una tarjeta amarilla

3. **Prueba estandarizada de práctica** Sarita tiene cuatro billetes de $1 y tres de $10 en su billetera. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar dos billetes seguidos, saque uno de $10 cada vez? Asume que Sarita no reemplaza el primer billete.

A $\frac{1}{7}$ **B** $\frac{2}{7}$ **C** $\frac{6}{49}$ **D** $\frac{12}{49}$

Respuestas: **1.** $\frac{1}{19}$ **2.** $\frac{6}{95}$ **3.** A

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ____

8-6 Probabilidad experimental (páginas 400–403)

Sabes que debido a que un cubo numerado tiene seis posibles resultados, la probabilidad de obtener un uno al lanzar un cubo es de $\frac{1}{6}$. Este tipo de probabilidad se llama **probabilidad teórica**. Pero si lanzas un cubo un cierto número de veces, la fracción de las veces que obtienes un uno puede que no sea exactamente de $\frac{1}{6}$. Este tipo de probabilidad se llama **probabilidad experimental**.

EJEMPLO

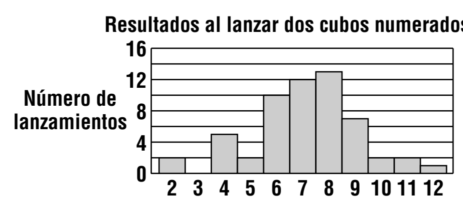
Clarise llevó a cabo un experimento para averiguar su probabilidad de acertar un tiro durante un partido de básquetbol. Clarise acertó 40 de sus 100 tiros libres. ¿Cuál es la probabilidad experimental de acertar un tiro libre?

probabilidad experimental $= \dfrac{\text{número de tiros libres acertados}}{\text{número de tiros libres intentados}}$

Por lo tanto, su probabilidad experimental de acertar un tiro libre es de $\frac{40}{100}$ *ó* $\frac{2}{5}$.

PRÁCTICA

1. Si lanzas una carta de béisbol, ¿cuál es la probabilidad experimental de que caerá con el dibujo cara arriba?
2. Has lanzado la carta 40 veces y aterriza con el dibujo cara arriba 24 veces. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que caiga la carta cara arriba?
3. Svetalana y Lenora juegan con un cubo numerado. Basándote en los resultados de los lanzamientos indicados en la gráfica, ¿qué número es más probable que saque Svetlana la próxima vez?



4. **Genética** Gregor cultiva arvejas como pasatiempo. Algunas de sus arvejas siempre producen flores blancas. Otras siempre producen flores rojas. Como experimento, Gregor polinizó una flor blanca con polen de una flor roja. La flor blanca cruce polinizada produjo 8 semillas.
   a. Si los tratos genéticos tales como el color de las flores tienen la misma posibilidad de ocurrir, ¿cuántas de esas 8 semillas esperarías que crecieran en plantas con flores rojas?
   b. Si tres de las 8 semillas crecen en plantas con flores rojas, ¿cuál es la probabilidad experimental de que una semilla crezca en una planta con flores rojas?
5. **Prueba estandarizada de práctica** Celia tiene una bolsa de 10 canicas. Algunas son azules y otras son amarillas. Ella sacó una canica de la bolsa 100 veces, reemplazando la canica cada vez que la sacaba. Si sacó una canica azul 78 de 100 veces, ¿cuántas canicas azules es más probable que se encuentren en la bolsa?

   A 3 **B** 8 **C** 7 **D** 9

Respuestas: **1.** $\frac{1}{2}$ **2.** $\frac{3}{5}$ **3.** 8 **4a.** 4 **4b.** $\frac{3}{8}$ **5.** B

NOMBRE ______________________________ FECHA __________ PERÍODO ___

8-7 Usa muestreo para predecir (páginas 406–409)

Si quieres hacer una predicción sobre un grupo grande de personas, puedes usar un grupo más pequeño o **muestra** de un grupo más grande. El grupo grande del cual tomaste tu muestra se llama **población**. Para asegurarte de que tu información representa a la población, la muestra debe obtenerse al azar. Una **muestra al azar** le da a todos la misma posibilidad de ser seleccionados.

EJEMPLOS

El club de matemáticas de la escuela les preguntó a varios alumnos al azar lo que les gusta comer de merienda durante su recreo de la tarde. Tres alumnos dijeron que les gusta comer panecillos, cinco dijeron fruta y uno dijo que roscas.

A ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

Suma el número de personas a quienes les preguntaron. $3 + 5 + 1 = 9$

B ¿Qué porcentaje prefirió panecillos?

3 de 9 dijeron que les gustan los panecillos.

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ *ó* $33\frac{1}{3}\%$

C Basado en su encuesta, ¿aproximadamente cuántos alumnos de los 1,200 en la escuela preferirían panecillos para la merienda?

$\frac{1}{3} \times 1{,}200 = 400$

Así que cerca de 400 alumnos preferirían panecillos.

D ¿Fue una muestra apropiada el grupo de alumnos que el club encuestó?

Los alumnos encuestados por el club de matemáticas probablemente no fueron una muestra apropiada porque había muy pocos alumnos encuestados en comparación con el número total de alumnos en la escuela.

PRÁCTICA

1. La escuela media Brushy Creek es una nueva escuela con 800 alumnos. El director les preguntó a algunos alumnos de sus preferencias sobre la nueva mascota de la escuela. Los resultados indicaron que 22 prefieren un águila, 36 prefieren un tigre y 42 prefieren un armadillo.

a. ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

b. ¿Qué porcentaje quería que el armadillo fuese la mascota de la escuela?

2. Biología Cada mes por tres años, una biólogo ha pescado 30 peces en un lago y examinado su sangre para ver si existe contaminación de plomo. En tres años, la biólogo ha descubierto 270 peces con contaminación de plomo. Si ella desea examinar 40 peces el próximo mes en vez de 30, ¿cuántos predices que tendrán plomo en su sangre?

3. Prueba estandarizada de práctica Una compañía cinematográfica desea ver pruebas de reacciones del público en cuanto a un nuevo programa de caricaturas antes de comenzar a anunciarlo. ¿Cuál de las siguientes pruebas de público conformaría la mejor muestra del público que desea la compañía filmadora?

A estudiantes universitarios

B estudiantes de colegios

C ciudadanos de la tercera edad

D estudiantes de la escuela primaria

Respuestas: 1a. 100 **1b.** 42% **2.** 10 **3.** D

8 Repaso del capítulo

Fotografía familiar

Ocho miembros de la familia de Joaquín (incluyendo a Joaquín e Irene) están reunidos en una cena festiva. Joaquín tiene una cámara nueva y desea tomar fotos en grupos de algún número (tan grande como sea posible) para crear un álbum para aquellos que no pudieron asistir a la cena. Irene está preocupada de que no haya suficiente película para incluir a todos en las fotos. Ayúdales a resolver este problema.

1. ¿Cuántos grupos diferentes de dos personas se pueden formar de las personas en la cena festiva? (Ayuda: Una foto del tío Steve con Bill es lo mismo que una foto de Bill con el tío Steve.)

2. ¿Cuántos grupos de tres miembros cada uno se pueden formar de 8 personas?

3. ¿Cuántos grupos de cuatro miembros cada uno se pueden formar de 8 personas?

4. ¿Cuántos grupos de cinco miembros cada uno se pueden formar de 8 personas?

5. ¿Cuántos grupos de seis miembros cada uno se pueden formar de 8 personas?

6. Irene y Joaquín tienen 2 rollos de película de 36 fotografías cada uno. ¿Cuál es el grupo más grande que pueden formar para sus fotos?

Las respuestas se encuentran en la página 109.