

Sucesiones (páginas 511–515)

Una **sucesión** es una lista de números en un cierto orden. Cada número se llama término de la sucesión. En una sucesión **aritmética**, la diferencia entre cualquier par de términos consecutivos es la misma. La diferencia se llama **diferencia común**. En una sucesión **geométrica**, los términos consecutivos de una sucesión se forman al multiplicar por un factor constante llamado **término previo**.

EJEMPLOS

A Identifica el patrón en 22, 19, 16, 13, 10, ... y escribe los siguientes cinco términos.

Prueba $19 - 22 = -3$. Si sumas -3 a 19, ¿obienes el siguiente término, 16? Sí, y este patrón continúa, así que ésta es una sucesión aritmética con una diferencia común de -3 . Los siguientes cinco términos son 7, 4, 1, -2 y -5 .

B Identifica el patrón en 20, 10, 5, 2.5, 1.25, ... y escribe los siguientes tres términos.

No hay una diferencia común. ¿Con qué número se puede multiplicar 20 para que te dé 10? 0.5. ¿Continúa esta razón común? Sí, así que esta sucesión geométrica tiene una razón común de 0.5. Los siguientes tres términos son 0.625, 0.3125 y 0.15625.

Prueben esto juntos

1. Indiquen si la sucesión 0, 3, 6, 9, ... es *aritmética, geométrica o ninguna*. Luego calculen los siguientes tres términos.

AYUDA: ¿Qué número pueden sumarle a cada término para obtener el siguiente término?

2. Indiquen si la sucesión $-7, -6\frac{1}{2}, -6, -5\frac{1}{2}, \dots$ es *aritmética, geométrica o ninguna*. Luego calculen los siguientes tres términos.

AYUDA: ¿Qué número pueden sumarle a cada término para obtener el siguiente término?

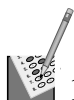
PRÁCTICA

Indica si la sucesión es aritmética, geométrica o ninguna. Si es aritmética o geométrica, indica la diferencia común o la razón común. Escribe los siguientes tres términos de cada sucesión.

3. $-3, -1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \dots$ 4. $-3, -2, 0, 3, \dots$ 5. 88, 93, 99, 106, ...

6. 80, $-40, 20, -10, \dots$ 7. $4, -3, -10, -17, \dots$ 8. $8, 8\frac{2}{3}, 9\frac{1}{3}, 10, \dots$

9. **Acondicionamiento físico** Hank desea aumentar el número de abdominales que hace cada día por 3. Si el primer día hace 2, ¿cuántas tratará de hacer el 10^o día?



10. **Prueba estandarizada de práctica** ¿Cuál es el próximo término en la sucesión 1.3, 1.7, 2.1, 2.5, ...?

A 3.3

B 3.1

C 2.9

D 2.7

Respuestas: 1. aritmética; 12, 15, 18 2. aritmética; $-5, -4\frac{1}{2}, -4$ 3. geométrica; $\frac{3}{1}, -\frac{27}{1}, -\frac{81}{1}, -\frac{243}{1}$ 4. ninguna; 7, 12, 18
5. ninguna; 114, 123, 133 6. geométrica; $-\frac{2}{1}, 5, -2\frac{2}{1}, 1\frac{4}{1}$ 7. aritmética; $-7, -24, -31, -38$ 8. aritmética; $\frac{3}{2}, 10\frac{3}{2}, 11\frac{3}{2}, 12$
9. 29 10. C

11-2

Funciones (páginas 517–520)

Una relación en donde una cosa depende de otra cosa se llama **función**. En una función, una o más operaciones se realizan en un número para obtener otro número. Así que, el segundo número depende de, o es una función del primer número. El valor de $f(x)$ (lo que se lee como "función de x " o " f de x ") depende del valor de x .

Calcula valores para funciones

Puedes organizar la entrada (número original), la regla (las operaciones llevadas a cabo en la entrada) y la salida (el valor de la función) en una **tabla de funciones** como ésta.

Entrada o dominio	Regla	Salida o rango
x	$2x + 1$	$f(x)$

El dominio contiene todos los valores de x y el rango contiene todos los valores de $f(x)$.

EJEMPLO

Completa la tabla de funciones de la derecha.
 Reemplaza x en la regla con cada valor de entrada.
 La regla, $2x + 1$, es $2(0) + 1$ ó 1 para la entrada de 0 .
 Pon el valor reducido de $f(x)$ en la columna de salida.
 Repite estos mismos pasos para los valores de entrada de -1 , 1 y 2 .

Entrada x	Regla $2x + 1$	Salida $f(x)$
-1	$2(-1) + 1$	-1
0	$2(0) + 1$	1
1	$2(1) + 1$	3
2	$2(2) + 1$	5

PRÁCTICA

1. Completa esta tabla de funciones.

x	$-3x$	$f(x)$
-2		
0		
0.5		
2		
4		

Calcula cada valor de la función.

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 2. $f(6)$ si $f(x) = x - 3$ | 3. $f(0.5)$ si $f(x) = 0.5x + 1$ |
| 4. $f(3.2)$ si $f(x) = x^2 - 2$ | 5. $f(12)$ si $f(x) = -x - 3$ |
| 6. $f(-4)$ si $f(x) = x + 5$ | 7. $f(0)$ si $f(x) = x + 5$ |



8. **Prueba estandarizada de práctica** Si $f(x) = 2x^2 + 20$, calcula $f(-3)$.

A 2

B 38

C 56

D 236

Respuestas: 1. 6, 0, -6, -1.5, -6, -12, 2, 3, 3, 1.25, 4, 8, 24, 5, -15, 6, 1, 7, 5, 8, 8

11-3

Grafica funciones lineales (páginas 522–525)

Una función cuyas gráficas de las soluciones forman una línea recta se llama **función lineal**.

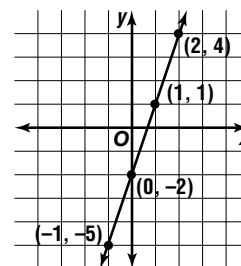
Grafica una función lineal	Para graficar una función lineal, comienza por hacer una tabla de funciones. Lista por lo menos tres valores de x . Grafica cada par ordenado. Conecta los puntos con una línea recta. Añade flechas a las puntas de la línea para mostrar que la línea continúa indefinidamente.
-----------------------------------	---

EJEMPLO

Grafica la función $y = 3x - 2$.

Escoge algunos valores de x y calcula los valores correspondientes a y . Haz una tabla para mostrar los pares ordenados.

x	$3x - 2$	y	(x, y)
-1	$3(-1) - 2$	-5	$(-1, -5)$
0	$3(0) - 2$	-2	$(0, -2)$
1	$3(1) - 2$	1	$(1, 1)$
2	$3(2) - 2$	4	$(2, 4)$



Luego grafica los pares ordenados de tu tabla. Dibuja la recta que une a estos puntos. Esta recta es la gráfica de $y = 3x - 2$.

Prueben esto juntos

1. Grafiquen la función $y = 3x$.

AYUDA: Hagan una tabla de funciones para los valores de x de $-1, 0, 1, 2$.

2. Grafiquen la función $y = 6 - x$.

AYUDA: Hagan una tabla de funciones para los valores de x de $-1, 0, 2, 6$.

PRÁCTICA

Grafica cada función.

3. $y = \frac{x}{2} + 3$

4. $y = x - 10$

5. $y = -x$

6. $y = \frac{1}{2}x + 4$

7. $y = 2x + 3$

8. $y = 5 - 2x$



9. **Prueba estandarizada de práctica** Si cuesta 25 centavos fabricar un borrador, ¿cuánto costaría fabricar 10? Calcula el par ordenado que representaría esto en una gráfica lineal.

A (10, \$2.50)

B (10, \$5)

C (\$2.5, 8)

D (2, \$25)

Respuestas: 1–8. Ver clave de respuestas. 9. A

11-4

La fórmula de la pendiente (páginas 526–529)

Puedes calcular la pendiente de una recta al usar las coordenadas de cualesquiera dos puntos sobre la recta. La pendiente m de una recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es la razón de la diferencia entre las coordenadas y con respecto a la diferencia entre las coordenadas x correspondientes o $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde $x_1 \neq x_2$.

EJEMPLO

Calcula la pendiente de la recta que pasa por $L(-3, 4)$ y $M(2, 1)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Definición de pendiente

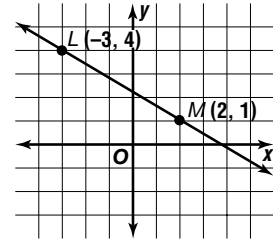
$$m = \frac{1 - 4}{2 - (-3)}$$

$$(x_1, y_1) = (-3, 4)$$

$$(x_2, y_2) = (2, 1)$$

$$m = \frac{-3}{5}$$

Reduce.



PRÁCTICA

Calcula la pendiente de la recta que pasa por cada par de puntos.

- | | | |
|---|---|----------------------------------|
| 1. $P(2, 2), Q(-3, -3)$ | 2. $R(-8, 9), S(2, 1)$ | 3. $X(-4, -5), Y(-8, -2)$ |
| 4. $M(3, 7), N(9, 7)$ | 5. $G(0, 0), H(7, 6)$ | 6. $V(13, -11), W(-2, 21)$ |
| 7. $P\left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{8}\right), Q\left(3\frac{1}{5}, \frac{7}{8}\right)$ | 8. $R\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right), S\left(1\frac{3}{4}, 3\frac{1}{4}\right)$ | 9. $J(4.5, -2.5), K(-6.5, -1.5)$ |

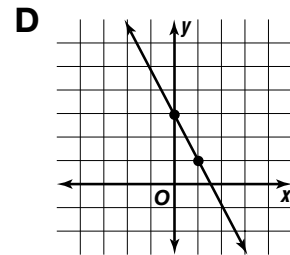
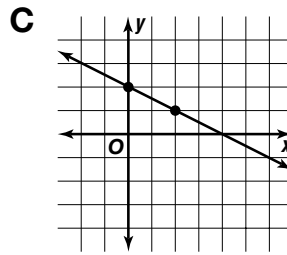
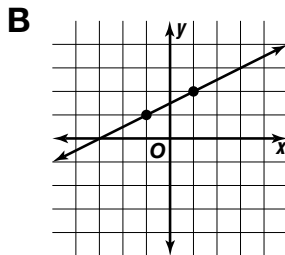
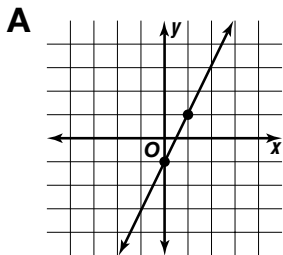
Usa la siguiente información para los ejercicios 16–17.

Carolina vende camisetas para el club de animadores. Después de vender 3 camisetas, tenía \$45. Después de vender 6 camisetas, tenía \$90. Después de vender 7 camisetas, tenía \$105.

- Grafica la información con el número de camisetas en el eje horizontal y la ganancia en dólares en el eje vertical. Dibuja una recta a través de los puntos.
- ¿Cuál es la pendiente de la gráfica?
- ¿Qué representa la pendiente de la gráfica?



13. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál gráfica tiene una pendiente de $\frac{1}{2}$?



Respuestas: 1. 1 2. $-\frac{5}{4}$ 3. $-\frac{4}{3}$ 4. 0 5. $\frac{7}{6}$ 6. $-\frac{15}{32}$ 7. $\frac{3}{1}$ 8. 3 9. $-\frac{11}{1}$ 10. Ver clave de respuestas. 11. 15 12. precio por camiseta 13. B

11-5

Forma pendiente-intersección (páginas 533-536)

Una ecuación de una recta se puede escribir en la forma $y = mx + b$. Esto se llama **forma pendiente-intersección**, donde m es la pendiente de la recta y b es la intersección y de la recta. Por ejemplo, en la ecuación $y = -3x + (-2)$, la pendiente es -3 y la intersección y es -2 .

EJEMPLOS

Determina la pendiente y la intersección y de la gráfica de cada ecuación.

A $y - \frac{1}{2} = 3x$

$y - \frac{1}{2} = 3x$

$y = 3x + \frac{1}{2}$

La pendiente de la gráfica es 3 y la intersección y es $\frac{1}{2}$.

Escribe la ecuación original.

Escribe la ecuación en la forma $y = mx + b$.

B $y = 4x - 1$

$y = 4x - 1$

$y = 4x + (-1)$

La pendiente de la gráfica es 4 y la intersección y es -1 .

Escribe la ecuación original.

Escribe la ecuación en la forma $y = mx + b$.

Prueben esto juntos

Determinen la pendiente y la intersección de la gráfica de cada ecuación.

1. $y = -x + 2$

2. $y = 2x - 6$

3. $y = 4x - 1$

PRÁCTICA

Determina la pendiente y la intersección de la gráfica de cada ecuación.

4. $y = \frac{1}{3}x - 12$

5. $y = -\frac{1}{2}x + 7$

6. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

7. $y - x = 4$

8. $y + 3x = -1$

9. $4x + y = 3$

Gráfica cada ecuación, usando la pendiente y la intersección y .

10. $y = \frac{1}{4}x - 3$

11. $y = \frac{6}{5}x + 2$

12. $y = -x - 5$

13. $y = -6x + 2.5$

14. $3x + y = 1$

15. $y + x = -1$



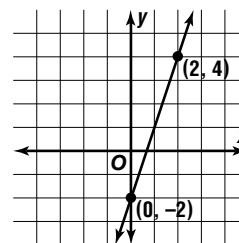
16. Prueba estandarizada de práctica ¿Cuál es la ecuación de la gráfica de la derecha?

A $y = \frac{1}{3}x - 2$

B $y = -3x + 2$

C $y = -\frac{1}{3}x + 2$

D $y = 3x - 2$



Respuestas: 1. $-1; 2$ 2. $2; -6$ 3. $4; -1$ 4. $\frac{5}{1}; -12$ 5. $-\frac{2}{1}; 7$ 6. $-\frac{5}{1}; -\frac{5}{1}$ 7. $1; 4$ 8. $-3; -1$ 9. $-4; 3$ 10-15. Ver clave de respuestas. 16. D

11-6

Gráficas de dispersión (páginas 539–542)

Una gráfica de dos conjuntos de datos como pares ordenados es una **gráfica de dispersión**. Las gráficas de dispersión pueden indicar si dos conjuntos de datos están relacionados.

Determina la relación	<p>Para determinar si dos conjuntos de datos están relacionados, imagina que se dibuja una recta y que la mitad de los puntos están sobre la recta y la otra mitad están debajo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Una recta con pendiente ascendente hacia la derecha muestra una relación <i>positiva</i>. • Una recta con pendiente descendente hacia la derecha muestra una relación <i>negativa</i>. • Si los puntos están dispersos y no amontonados a lo largo de la recta, la gráfica de dispersión muestra que <i>no</i> existe relación entre los conjuntos de datos.
------------------------------	---

EJEMPLO

Determina si una gráfica de dispersión de los datos para la edad y el peso de las personas menores de 21 mostraría una relación *positiva*, *negativa* o *ninguna*.

En los niños y las personas jóvenes, a medida que la edad aumenta, también aumenta el peso en la mayoría de los casos. Una gráfica de dispersión de estos datos mostraría una relación positiva.

Prueben esto juntos

- Determinen si una gráfica de dispersión de los datos para un saldo bancario y dinero gastado mostraría una relación *positiva*, *negativa* o *ninguna*. Supongan que todos tienen el mismo ingreso.
AYUDA: ¿Sube o baja el saldo bancario a medida que aumenta el gasto de dinero?
- Determinen si una gráfica de dispersión de los datos para las horas de sueño por noche y la estatura mostraría una relación *positiva*, *negativa* o *ninguna*.
AYUDA: ¿Influyen entre sí las horas de sueño por noche y la estatura?

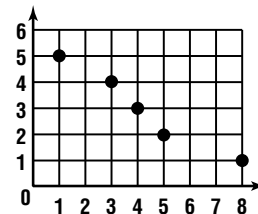
PRÁCTICA

Determina si una gráfica de dispersión de los datos para las siguientes situaciones podría mostrar una relación positiva, negativa o ninguna.

- temperatura y horas de luz solar
- edad después de los 70 y los problemas de salud
- edad de una computadora y su valor
- horas de uso de baterías y la vida restante de las baterías
- número de asientos en un carro y el último dígito en su número de placa

8. Prueba estandarizada de práctica ¿Qué tipo de relación muestra la gráfica de dispersión de la derecha?

- A** positiva **B** negativa
C no **D** inversa



Respuestas: 1. negativa 2. no hay relación 3. positiva 4. positiva 5. negativa 6. negativa 7. no hay relación 8. B

11-7

Grafica sistemas de ecuaciones (páginas 544-547)

Un conjunto de dos o más ecuaciones se llama **sistema de ecuaciones**.

Cuando calculas un par ordenado que es una solución de todas las ecuaciones en el sistema, has resuelto el sistema.

Resuelve sistemas de dos ecuaciones usando gráficas El par ordenado que nombra el punto donde las dos rectas se intersecan (o se cruzan) es la solución del sistema de ecuaciones. Las coordenadas de este par ordenado convierten en verdaderas las ecuaciones de cada una de las rectas. Verifica tu solución en ambas ecuaciones.

EJEMPLO

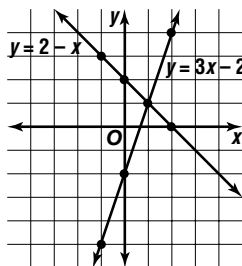
Resuelve el sistema de ecuaciones usando gráficas.

$$y = 3x - 2 \text{ y } y = 2 - x$$

Primero haz una tabla de funciones para cada ecuación.

x	3x - 2	y	(x, y)
-1	3(-1) - 2	-5	(-1, -5)
0	3(0) - 2	-2	(0, -2)
1	3(1) - 2	1	(1, 1)
2	3(2) - 2	4	(2, 4)

x	2 - x	y	(x, y)
-1	2 - (-1)	3	(-1, 3)
0	2 - 0	2	(0, 2)
1	2 - 1	1	(1, 1)
2	2 - 2	0	(2, 0)



Calcula las coordenadas, al mirar la gráfica, del punto en donde las rectas se cruzan. (1, 1)
 Verifica esta solución en ambas ecuaciones.
 ¿Es $1 = 3(1) - 2$? Sí.
 ¿Es $1 = 2 - 1$? Sí.
 La solución de este sistema es (1, 1).

Grafica los pares ordenados para cada tabla y dibuja cada recta.

Prueben esto juntos

1. Resuelvan el sistema $y = 2x + 3$ y $y = x + 1$ usando gráficas.

AYUDA: Las rectas se intersecan en el cuadrante III.

2. Resuelvan el sistema $y = x + 2$ y $y = 2x + 2$ usando gráficas.

AYUDA: Seleccionen por lo menos 3 valores para x en cada ecuación.

PRÁCTICA

Resuelve cada sistema de ecuaciones usando gráficas.

3. $y = 4x + 4$
 $y = 3x + 2$

4. $x + y = 9$
 $y = 13 - 2x$

5. $2 - x = y$
 $3x + 14 = y$



6. **Prueba estandarizada de práctica** Caminas por el trayecto $y = 6x + 8$ y tu amigo Ramón camina por el trayecto $y = 8x + 12$. ¿En qué punto se intersecan sus trayectos?
A (0, 8) **B** (-1, 4) **C** (-2, -4) **D** (1, 14)

Respuestas: 1-5. Ver clave de respuestas. 1. (-2, -1) 2. (0, 2) 3. (-2, -4) 4. (4, 5) 5. (-3, 5) 6. C

11-8

Grafica desigualdades lineales (páginas 548–551)

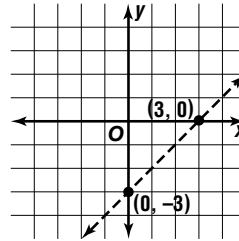
Grafica desigualdades lineales	Para graficar una desigualdad, primero grafica la ecuación correspondiente. Esta es la frontera. Si la desigualdad contiene los símbolos \leq o \geq , entonces usa una recta continua para indicar que la frontera está incluida en la gráfica. Si la desigualdad contiene el símbolo $<$ o $>$, entonces usa una recta de puntos para indicar que la frontera no está incluida en la gráfica.
	Después, prueba con cualquier punto sobre la recta o debajo de ella, para determinar qué región es la solución de la desigualdad.

EJEMPLO

Grafica $y > x - 3$.

Grafica la recta de la frontera $y = x - 3$.

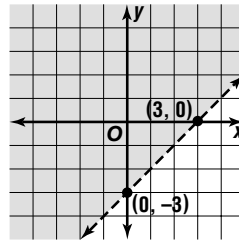
Como $>$ se usa en la desigualdad, haz una recta de puntos.



Prueba con un punto que no esté sobre la recta de la frontera, como por ejemplo $(0, 0)$.

- $y > x - 3$ Escribe la desigualdad.
- $0 > 0 - 3$ Reemplaza x con 0 y y con 0.
- $0 > -3$ Reduce.

Como $(0, 0)$ es una solución de $y > x - 3$, sombrea la región que contiene $(0, 0)$.



Prueben esto juntos

Grafiquen cada desigualdad.

- 1. $y \geq 3x + 2$
- 2. $y < \frac{1}{2}x - 1$
- 3. $y > \frac{3}{2}x + 3$

PRÁCTICA

Grafica cada desigualdad.

- 4. $y < x + 6$
- 5. $y \geq 3x - 7$
- 6. $y > -2x - 2$
- 7. $y = -\frac{1}{2}x - 2$
- 8. $y < -x + 1$
- 9. $y \geq \frac{4}{3}x + 2$
- 10. $y > 6x - 1$
- 11. $y - x \leq -3$
- 12. $y + 3x < 5$



13. Prueba estandarizada de práctica ¿Qué par ordenado *no* es una solución de

$y \leq \frac{1}{2}x + 1$?

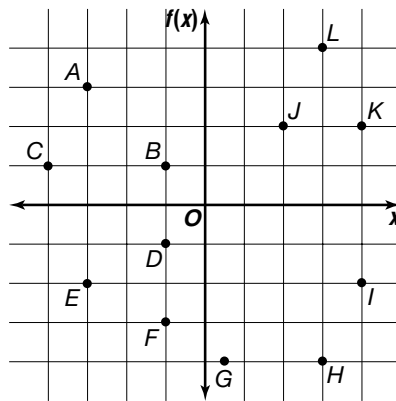
- A** $(0, 0)$
- B** $(2, 3)$
- C** $(3, 1)$
- D** $(4, 1)$

Respuestas: 1–12. Ver clave de respuestas. 13. B

Repaso del capítulo

Mapa de funciones

Los amigos de Franny le dan un mapa para que pueda encontrar la mesa de picnic en el parque. El sitio del picnic se localiza en algún lugar en la gráfica de la función $f(x) = -2x - 3$.



1. Completa la tabla de funciones para $f(x) = -2x - 3$.

x	$-2x - 3$	$f(x)$
0	$-2(0) - 3$	-3
-1		
-2		

2. Grafica la función en el mapa.

3. ¿Cuáles puntos en el mapa podrían ser el sitio del picnic?

4. Si el sitio del picnic está en el cuadrante II del mapa, ¿en cuál punto está?

5. Hay un conjunto de columpios que está también en la gráfica de la función en el cuadrante III. ¿Cuál punto es el conjunto de columpios?

6. Un gran árbol de pacana está también en la gráfica de la función en el cuadrante IV. ¿Cuál punto es el árbol de pacana?

Las respuestas se encuentran en la página 113.